

# Comparação entre modelo DEA clusterizado pela escala de operação e modelo DEA tradicional para retornos variáveis de escala na avaliação de empresas aéreas brasileiras

Ana Paula dos Santos Rubem<sup>1</sup>, Ariane Lima de Moura<sup>2</sup>, João Carlos Correia Baptista Soares de Mello<sup>3</sup>  
e Bruno Machado Fernandes dos Santos<sup>4</sup>

**Resumo:** O objetivo deste artigo é realizar uma análise comparativa dos resultados de eficiência obtidos usando uma abordagem tradicional de Análise Envoltória de Dados (DEA, do inglês Data Envelopment Analysis) em contraposição à metodologia aqui proposta, que representa uma forma alternativa de lidar com diferenças na escala de operação das unidades produtivas. Para tanto, é conduzido um estudo de caso sobre o desempenho operacional das empresas brasileiras de transporte aéreo de passageiros, quanto ao uso da frota. A proposta combina clusterização das unidades produtivas segundo a escala de operação, aplicação do modelo DEA original para retornos constantes de escala separadamente em cada cluster, além da compensação das diferenças de escala entre os clusters. Os resultados foram comparados aos do modelo DEA tradicional para retornos variáveis de escala, tendo revelado que a abordagem proposta aumentou a discriminação entre as unidades, sem grande impacto nas ordenações finais.

*Palavras-chave:* Transporte Aéreo; Análise Envoltória de Dados; Clusterização.

**Abstract:** This paper performs a comparative analysis of the relative efficiency results obtained using a traditional approach of Data Envelopment Analysis in contrast to the methodology proposed here, which comprises an alternative way of dealing with differences in scale of operation of production units. For that, we will conduct a case study on the operational performance of Brazilian passenger airlines, regarding the use of the fleet. The proposal combines clustering of production units according to their scale of operation, original DEA model for constant returns to scale applied separately in each cluster, and compensation of differences in scale among clusters. We compared the results to traditional DEA model for variable returns-to-scale, which revealed that the proposed approach increased the discrimination among units without major impact on the final rankings.

*Keywords:* Air Transport; Data Envelopment Analysis; Clustering.

## 1. INTRODUÇÃO

Desde a década de 1990, o setor de transporte aéreo brasileiro sofreu mudanças significativas, tendo assistido a um processo de desregulamentação, que deu fim à política de controle de mercado implantada nos anos 1960 (Lima *et al.*, 2011). O processo teve início com o fim dos monopólios regionais, o que incentivou o acesso de novas empresas e a disputa de preços, com a definição de faixas tarifárias. Em 2001, deu-se a liberalização total dos preços, além da maior flexibilidade nos processos de entrada de empresas e pedidos de novas rotas aéreas, frequências de voo e aeronaves, o que acarretou, inclusive, o surgimento da Gol, a primeira companhia de baixo custo do país (Evangelho *et al.*, 2005). Os primeiros sinais de diminuição na competição foram notados por ocasião dos voos compartilhados entre a Varig e a TAM (Soares de Mello *et al.*, 2009). A tendência se acentuou em 2006, com as dificuldades enfrentadas pela Varig, então líder de mercado, que acabou adquirida pela Gol, em 2008. A partir daí, teve início uma fase de concentração,

que levou à instalação de um quase-duopólio. Contudo, nos últimos anos, as empresas líderes (Gol/Varig e TAM) têm apresentado resultados ruins, enquanto a Azul vem crescendo consideravelmente.

Na literatura recente, grande parte dos estudos que usam Análise Envoltória de Dados (DEA, de *Data Envelopment Analysis*) na avaliação da eficiência das empresas aéreas brasileiras aplica o modelo BCC (Banker *et al.*, 1984), em razão da acentuada diferença entre as escalas de operação das companhias (e.g., Soares de Mello *et al.*, 2003; Correia *et al.*, 2011; Silveira *et al.*, 2012a, 2012b). A alegação é que, sob tais condições, não se deve negligenciar os efeitos de escala, o que impede o uso do modelo DEA original (CCR: Charnes *et al.*, 1978), que supõe retornos constantes de escala (CRS, de *Constant Returns-to-Scale*). Contudo, o modelo BCC, que assume retornos variáveis de escala (VRS, de *Variable Returns-to-Scale*), apresenta certas desvantagens. Nesse sentido, a metodologia aqui proposta representa uma alternativa ao uso do modelo BCC, uma vez que busca lidar com as diferenças na escala de operação das unidades produtivas, de forma diferente da usualmente empregada. A proposta combina clusterização *ex-ante*, por meio de um método baseado no *K-means* (Steinhaus, 1957; MacQueen, 1967), com a aplicação do modelo CCR, seguida pela compensação entre *clusters*, apresentada em Gomes *et al.* (2012b). O que se observa, comumente na literatura, é a aplicação de técnicas de compensação para tratar a não-homogeneidade das unidades produtivas. Desse modo, além da proposta metodológica em si, outro aspecto inovador deste trabalho reside em adaptar o uso de tais técnicas para o tratamento de diferenças de escala.

Em síntese, o objetivo deste artigo é realizar uma análise comparativa dos resultados de eficiência obtidos com o

<sup>1</sup> Ana Paula dos Santos Rubem, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense (anarubem@id.uff.br)

<sup>2</sup> Ariane Lima de Moura, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense. (ariane.moura@yahoo.com.br)

<sup>3</sup> João Carlos Correia Baptista Soares de Mello, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense. (jcsmello@producao.uff.br)

<sup>4</sup> Bruno Machado Fernandes dos Santos, Departamento de Engenharia de Produção, Universidade Federal Fluminense. (brunomac\_20@hotmail.com)

Manuscrito recebido em 21/08/2015 e aprovado para publicação em 24/09/2015.

Este artigo é parte de TRANSPORTES v. 23, n. 4, 2015. ISSN: 2237-1346 (online). DOI:10.14295/transportes.v23i4.984

uso da metodologia proposta em contraposição aos da abordagem BCC tradicional. Para tanto, será conduzido um estudo de caso sobre o desempenho operacional das empresas brasileiras de transporte aéreo de passageiros, no período de 2007 a 2010, no que se refere, especificamente, ao uso da frota.

Dentre as empresas avaliadas, há algumas estritamente regionais, que operam uma pequena frota de aeronaves com baixa capacidade de transporte (e.g., Abaeté, Meta, Sol). Outras que, embora cubram todo o país, operam apenas voos domésticos, usando uma frota composta por um número maior de aeronaves com capacidade de transporte intermediário (e.g., Avianca, Azul, Trip, Webjet). Há, ainda, empresas que operam rotas nacionais e internacionais, utilizando uma extensa frota formada por modelos com grande capacidade de transporte (e.g., Gol/Varig, TAM). Portanto, não parece razoável supor que as companhias analisadas operem sob as mesmas condições de escala.

O restante do artigo está organizado da seguinte forma: a Seção 2 contém uma visão geral da metodologia proposta; a Seção 3 descreve a modelagem do problema e apresenta os principais resultados; e a Seção 4 traz as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## 2. REFERENCIAL TEÓRICO

### 2.1. DEA: Análise Envolvente de Dados

DEA é uma abordagem não-paramétrica baseada em programação matemática, cujo objetivo é calcular a eficiência das unidades produtivas (DMUs, de *Decision Making Units*), as quais são otimizadas individualmente, comparando os recursos utilizados (*inputs*) e as quantidades produzidas (*outputs*) aos níveis das demais unidades. O resultado é a construção de uma fronteira eficiente. Apenas as DMUs nela situadas são consideradas eficientes (pontuação igual a 100%). Para as ineficientes, são calculados alvos e um conjunto de referência. Os alvos são os níveis de *inputs* e *outputs* que devem ser atingidos para que se tornem eficientes. O conjunto de referência representa as DMUs eficientes (*benchmarks*) que servem como exemplos de boas práticas de gestão.

Há dois modelos tradicionais: os já mencionados CCR e BCC. O primeiro assume a hipótese CRS, ou seja, qualquer variação nos *inputs* produz uma variação proporcional nos *outputs*. O segundo, desenvolvido sob a suposição VRS, substitui o axioma da proporcionalidade entre *inputs* e *outputs* pelo da convexidade. Tais modelos possuem formulações duais (envelope e multiplicadores), que fornecem o mesmo resultado de eficiência. Tradicionalmente, há duas orientações radiais possíveis para esses modelos: a *input*, que busca minimizar os recursos sem alterar os níveis de produção; e a *output*, que visa maximizar a produção, sem alterar a quantidade de recursos utilizados. Assim, considerando um processo produtivo em que cada  $DMU_k$  ( $k = 1, \dots, n$ ) utiliza  $r$  *inputs*  $x_{ik}$  ( $i = 1, \dots, r$ ) para produzir  $s$  *outputs*  $y_{jk}$  ( $j = 1, \dots, s$ ), o modelo CCR orientado a *inputs*, na formulação do envelope, é dado por:

$$\begin{aligned} & \text{Mín } h_o \\ & \text{sujeito a} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h_o x_{io} & \geq \sum_k \lambda_k x_{ik}, \forall i \\ \sum_k \lambda_k y_{jk} & \geq y_{jo}, \forall j \\ \lambda_k & \geq 0, \forall k \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $h_o$  é a eficiência da unidade em análise ( $DMU_o$ );  $x_{io}$  e  $y_{jo}$  são, respectivamente, os *inputs* e *outputs* da  $DMU_o$ ; e  $\lambda_k$  é a contribuição individual da  $DMU_k$  na definição do alvo da  $DMU_o$ . As variáveis de decisão são  $h_o$  e  $\{\lambda_k\}$ . Nessa formulação, o modelo BCC é obtido pela simples adição da restrição de convexidade:  $\sum_k \lambda_k = 1$ .

Embora se proponha a permitir que uma DMU possa ser eficiente, independente da escala em que opera, o modelo BCC apresenta alguns inconvenientes: por exemplo, classificação inapropriada de DMUs como eficientes (Ali, 1993); elevação nas pontuações de eficiência, muitas vezes, reduzindo a capacidade de discriminação, em razão do aumento do número de unidades eficientes; obtenção de pontuações distintas, dependendo da orientação adotada; eficiências negativas implícitas (Soares de Mello *et al.*, 2013; Gomes Júnior *et al.*, 2013). Portanto, para evitar o uso do modelo BCC, mas ainda assim assegurar o tratamento das diferenças de escala de operação necessário à aplicação do modelo CCR, optou-se por uma abordagem alternativa, que combina clusterização *ex-ante* e compensação *ex-post*.

### 2.2. Clusterização em DEA

De modo geral, a análise de *cluster* é uma metodologia que compreende diferentes técnicas destinadas a avaliar a semelhança entre as unidades de um conjunto, segundo critérios predefinidos, a fim de formar grupos de similaridade. Neste artigo, tais técnicas são usadas para identificar grupos de empresas aéreas que operam sob condições comparáveis de escala.

Em geral, as abordagens que combinam DEA e técnicas de clusterização, inicialmente (*ex-ante*), agrupam as DMUs, de acordo com critérios estruturais ou ambientais prefixados, para, então, aplicar o modelo CCR separadamente para cada grupo formado. Aqui, ao invés de variáveis exógenas, o próprio *input* (capacidade da frota) do processo será usado na definição dos agrupamentos. Alternativamente, é possível adotar a abordagem inversa (*ex-post*), em que se calcula a eficiência de todas as unidades do conjunto de análise usando o modelo CCR para, só então, agrupá-las, segundo a pontuação obtida (Soares de Mello *et al.*, 2012).

O primeiro tipo de abordagem (*ex-ante*) resulta em grupos disjuntos (interseção nula). Em DEA, isso inviabiliza a comparação direta entre os resultados de eficiência de DMUs pertencentes a *clusters* diferentes, pois a eficiência de uma DMU só pode ser comparada àquelas inseridas no mesmo subconjunto de análise. A abordagem *ex-ante* aqui proposta lida com essa questão, usando uma solução de compensação, detalhada mais adiante.

Neste artigo, primeiramente, os *clusters* são definidos, a partir de critérios associados à escala de operação das DMUs (capacidade da frota). Em seguida, é aplicada uma

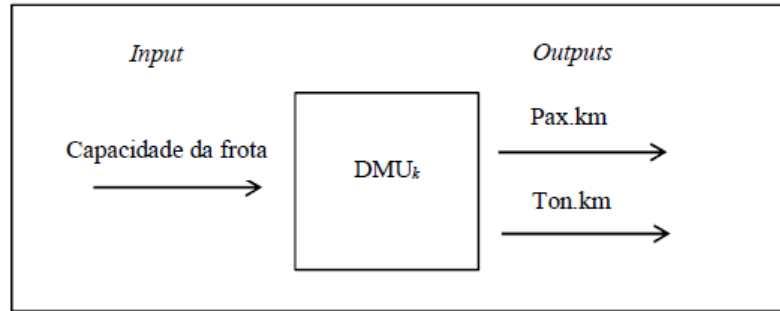


Figura 1. Representação do processo produtivo da  $DMU_k$

técnica de compensação, originalmente proposta para ajustar a não-homogeneidade das DMUs, mas aqui adaptada para tratar diferenças de escala. Assim, a aplicação dessa técnica busca ajustar (ou compensar) os resultados dos *clusters* entre si e, por conseguinte, das DMUs pertencentes a eles, quanto à escala de operação, de modo a permitir a comparação direta entre os resultados de eficiência de todas as DMUs do conjunto de análise, a despeito dos *clusters* serem disjuntos.

Para a compensação das diferenças entre *clusters*, é possível adotar uma solução *ex-ante*, que aplica um fator de correção às DMUs, antes de rodar o modelo DEA com todas as DMUs do conjunto de análise (e.g., Bertoloto e Soares de Mello 2011); ou *ex-post*, que calcula a eficiência usando um modelo DEA com todas as DMUs em conjunto para, a seguir, aplicar um fator de correção específico de cada *cluster* diretamente às eficiências calculadas, de forma a possibilitar a comparação global (Gomes *et al.*, 2012b). Aqui, adota-se uma solução *ex-post*, que obedece aos passos abaixo relacionados.

1. Separar as DMUs em *clusters* de similaridade, conforme a escala de operação;
2. Rodar um modelo CCR, separadamente, para cada *cluster* e selecionar as DMUs eficientes;
3. Rodar um modelo CCR apenas com as DMUs eficientes de cada *cluster*, selecionadas no passo 2;
4. Calcular as eficiências médias das unidades do passo 3, separadas em seus *clusters* originais. Como essas DMUs eram eficientes nos seus *clusters* originais, o fato de a eficiência média não ser unitária pode ser atribuído a desvantagens de escala, e não necessariamente a ineficiências intrínsecas da DMU;
5. Rodar um modelo CCR com todas as DMUs do conjunto de análise; e
6. Usar as eficiências médias do passo 4 como fator de correção das pontuações de eficiência do *cluster*, dividindo-se a eficiência encontrada no passo 5 pela eficiência média do passo 4. No caso de alguma eficiência corrigida ser maior que um, normalizar todas as pontuações de eficiências corrigidas, dividindo-as pelo valor máximo obtido.

As pontuações de eficiência finais são as do passo 6. Diferentemente de Gomes *et al.* (2012b) e Bertoloto e Soares de Mello (2011), em que o agrupamento das DMUs é imediato, aqui, faz-se uso de um ferramental matemático. Dentre as várias técnicas disponíveis, optou-se pelo *K-means* (Steinhaus, 1957; MacQueen, 1967), um dos algoritmos de clusterização mais simples e referenciados (Jain, 2010).

Seu objetivo é particionar um conjunto em  $k$  subconjuntos disjuntos, de forma que a soma dos quadrados das distâncias das unidades até o centro dos *clusters* seja minimizada. O valor de  $k$  (o número de *clusters* desejados) é definido *a priori* e serve de entrada para o algoritmo, que segue as etapas relacionadas a seguir.

1. Começar com  $k$  *clusters*, cada qual consistindo de uma única unidade (escolhida aleatoriamente dentre as observações), a qual denota o centro do respectivo *cluster*;
2. Adicionar novas unidades ao *cluster* cujo centro (ou média) estiver mais próximo da unidade adicionada;
3. Quando todas as  $n$  unidades tiverem sido alocadas, recalculer as médias (centros) dos  $k$  *clusters*; e
4. Repetir as etapas 2 e 3 até que os centros dos  $k$  *clusters* não se alterem.

O algoritmo do *K-means* não, necessariamente, converge para o mínimo global. Além disso, o resultado pode ser bastante sensível aos valores iniciais (etapa 1). Mas, como será visto na Subseção 3.3, aqui, a maior dificuldade está relacionada ao tamanho dos *clusters*. Essa é uma limitação usual das abordagens que combinam DEA e clusterização sistemática. Propôs-se, então, um refinamento metodológico, detalhado na Subseção 3.3, que consiste em aglutinar *clusters* subsequentes gerados pelo *K-means*, até que se atinja um número mínimo de unidades em cada um deles.

### 3. MODELAGEM E RESULTADOS

#### 3.1. Definição das variáveis

Em transporte aéreo, a otimização da frota evita a ociosidade das aeronaves (um dos principais fatores de produção). Isso contribui para a redução dos custos operacionais e, portanto, para o aumento dos lucros da empresa. Assim sendo, por simplicidade, supõe-se que cada companhia aérea de passageiros conduz um processo produtivo que engloba um *input* (capacidade da frota) e dois *outputs* (pax.km transportado e ton.km transportado). A Figura 1 ilustra a configuração adotada. Correia *et al.* (2011) usaram a mesma estrutura de variáveis, embora tenham aplicado um modelo Fuzzy-DEA. Gomes Júnior *et al.* (2015) também fizeram uso dessa mesma configuração para o processo produtivo, mas aplicaram uma abordagem DEA não radial.

Como cada empresa usa modelos de aeronaves distintos, com diferente capacidade de transporte, o *input* "capacidade da frota" denota a soma dos pesos máximos de decolagem de todas as aeronaves da frota, tal como descrito

por Correia *et al.* (2011). Desse modo, o *input* engloba o tanto o tamanho da frota como sua respectiva capacidade de transporte (passageiros e carga).

Os *outputs* devem estar associados ao serviço oferecido pelas empresas, portanto, neste artigo, considera-se a quantidade total de passageiros transportados multiplicada pelo número total de quilômetros voados e a quantidade total de toneladas transportadas multiplicada pelo número total de quilômetros voados, respectivamente, "pax.km transportado" e "ton.km transportado".

Outros exemplos de configuração de *inputs* em problemas similares, mas com propósitos distintos do deste artigo, podem ser encontrados em Soares de Mello *et al.* (2003) e Silveira *et al.* (2012a, 2012b). O primeiro incorporou *inputs* adicionais afetos a combustível e mão-de-obra, enquanto os dois últimos acrescentaram apenas mão-de-obra. Todavia, aqui, optou-se por uma estrutura mais simples, pois o objetivo é avaliar, especificamente, o uso da frota.

Assim, em termos gerais, com a estruturação de variáveis adotada busca-se mensurar a capacidade da empresa de usar a frota que possui de forma eficiente. A orientação a *input* foi usada, uma vez que o propósito é identificar as empresas que podem reduzir a capacidade de transporte de sua frota, sem prejuízo ao total de passageiros e carga transportados.

### 3.2. Base de dados

Os dados referem-se ao período de 2007 a 2010, e foram extraídos dos Anuários Estatísticos do Transporte Aéreo, disponíveis no *site* da Agência Nacional de Aviação Civil (ANAC, 2007, 2008, 2009, 2010). A análise começa em 2007, por ser o ano subsequente à grave crise no setor aéreo nacional, causada, principalmente, pela falência da Varig e pela queda do avião da Gol. Portanto, para que houvesse uma maior consistência nos dados, optou-se por analisar anos com características similares. Os dados referentes a 2011 e 2012 não contêm todas as variáveis consideradas e, por este motivo, não constam da análise, que termina em 2010.

Como a regulação e estrutura do setor aéreo nacional permaneceram praticamente inalteradas no período analisado, aplicou-se uma abordagem contemporânea, em que todas as observações são inseridas em conjunto na análise, considerando a mesma empresa como uma DMU independente em anos distintos. Essa é uma das formas de se aumentar o número de DMUs (Podinovski e Thanassoulis, 2007), que permite, ainda, a análise temporal (e.g., Soares de Mello *et al.*, 2003; Correia *et al.*, 2011; Gomes Júnior *et al.*, 2015).

Devido à agregação de passageiros e carga em quilômetros transportados ao longo do ano, os dados referem-se à posição no final de cada ano. O mesmo ocorre com os dados da frota, embora ela possa variar durante o ano. Portanto, para estimar a posição da frota no fim do primeiro semestre, foram calculadas as médias, incorporando os valores praticados no ano anterior, bem como no ano em questão, as quais, em seguida, foram usadas no cálculo da capacidade da frota de cada DMU.

No período em análise, houve uma média anual de 20 companhias aéreas de transporte de passageiros em operação, o que corresponde a 78 DMUs. Dentre elas, cinco foram descartadas, tendo em vista a inexistência de informações de frota. A Tabela 1 apresenta os valores de *input* e *outputs* praticados pelas 73 DMUs avaliadas.

### 3.3. Abordagem proposta: clusterização seguida de compensação de escala

Como descrito na Subseção 2.2, na geração dos *clusters* foi usado o método *K-means*, aplicado à variável de *input* "capacidade da frota", uma vez que o objetivo é criar grupos cujas DMUs neles inseridas operem sob condições similares de escala.

Para implementação do *K-means*, foi usado o *software* XLSTAT, versão 2014.3.01. Contudo, observou-se que, ao se inicializar o algoritmo com valores de  $k \in [2,8]$ , eram gerados *clusters* compostos por menos de nove DMUs, valor este que aqui denota a quantidade mínima para que se obtenha resultados de eficiência confiáveis. Isso porque, segundo Banker *et al.* (1989), o total de DMUs em cada *cluster* deve ser o triplo do número de *inputs* e *outputs* usados na modelagem.

Considerando esse intervalo de variação para  $k$ , os *clusters* com quantidade insuficiente de DMUs (i.e., inferior a nove) abrangiam empresas com capacidade de frota variando entre grande e intermediária. Já as DMUs de menor capacidade de frota eram agrupadas em um *cluster* único, cuja composição variava entre 32 e 64 empresas, e a capacidade média da frota (centro do *cluster*) variava entre 25,1 e 308,3 toneladas.

Buscando superar tal condição, primeiro, definiu-se que o valor de  $k$  a ser usado como entrada seria igual a quatro, considerando-se que, caso houvesse equilíbrio na divisão das DMUs entre os *clusters*,  $k$  deveria ser menor ou igual a oito, para garantir o tamanho mínimo recomendável para cada *cluster*. Após alguns testes, verificou-se que, para  $k > 4$ , eram gerados *clusters* compostos por uma única DMU cada, os quais mesmo agregados, ainda resultariam em *clusters* com menos de nove DMUs.

Por essa razão, a estratégia adotada consistiu em rodar o algoritmo *K-means* ( $k=4$ ) e agregar os *clusters* de tamanho inferior a nove, respeitando-se a ordenação das escalas de operação das DMUs neles inseridas, isto é, os centros dos *clusters* a serem agrupados deveriam ser subsequentes.

Formou-se, então, o primeiro *cluster*. As DMUs pertencentes a ele foram retiradas, e o algoritmo *K-means* ( $k=4$ ) foi rodado mais uma vez. O processo foi repetido até que todas as DMUs do conjunto de análise fossem alocadas a algum *cluster* (todas com no mínimo nove DMUs), tendo resultado na formação dos cinco *clusters* exibidos na Tabela 2.

Nota-se que certas DMUs situadas no limite de seus *clusters* apresentam capacidade de transporte da frota (*input*) mais próxima de uma DMU de outro *cluster* do que de outra de seu próprio *cluster*: por exemplo, a escala de operação da empresa Team em 2008 (*cluster* 1) se assemelha mais à praticada pela Sete no mesmo ano (*cluster* 2), do que à da Sol em 2009 (*cluster* 1). Isso é problema usual das

**Tabela 1.** Valores de input e outputs praticados pelas DMUs avaliadas

<i>DMU</i>	<i>Capacidade da frota (t)</i>	<i>Pax.km (milhares)</i>	<i>Ton.km (milhares)</i>	<i>DMU</i>	<i>Capacidade da frota (t)</i>	<i>Pax.km (milhares)</i>	<i>Ton.km (milhares)</i>
Abaete_10	11	1934	161	Abaete_08	12	1.378	125
Avianca_10	789	1.856.243	171.288	Air Minas_08	32	18.744	1.680
Azul_10	1.041	4.306.850	357.500	Gol/Varig_08	8.658	26.296.872	2.753.740
Gol/Varig_10	9.191	31.402.872	2.917.360	Meta_08	30	37.800	3.984
Meta_10	27	20.088	1.787	NHT_08	34	16.678	1.499
NHT_10	40	10.425	874	Oceanair_08	1.116	1.464.627	159.498
Noar_10	10	5.005	1.426	Pantanal_08	101	79.126	7.296
Pantanal_10	205	242.946	20.823	Passaredo_08	54	86.746	8.532
Passaredo_10	215	428.593	37.401	Puma_08	28	4.172	434
Puma_10	59	86.804	45.216	Rico_08	124	50.013	5.252
Rico_10	182	634	51.767	Sete_08	20	9.075	1.000
Sete_10	29	16.795	1.619	TAF_08	432	77.986	44.866
Sol_10	7	2.245	186	TAM_08	12.541	40.702.300	4.671.559
TAM_10	15.114	51.712.453	5.010.977	Team_08	18	3.480	287
Team_10	17	3.084	238	Total_08	518	66.507	41.849
Total_10	542	61.992	52.740	Trip_08	281	517.235	51.882
Trip_10	824	1.547.564	136.879	Webjet_08	431	1.180.795	123.580
Webjet_10	1.322	4.130.647	360.628				
Abaete_09	12	1.645	139	Abaete_07	15	2.492	227
AirMinas_09	43	20.820	1.726	AirMinas_07	32	12.289	1.160
Avianca_09	829	1.438.350	131.355	Gol_07	4.689	20.306.538	2.119.062
Azul_09	391	2.110.707	176.730	Mega_07	4	1.072	313
Gol/Varig_09	8.774	26.339.094	2.391.779	Meta_07	30	24.602	2.706
Meta_09	30	20.277	1.820	NHT_07	28	12.638	1.127
NHT_09	40	15.435	1.278	Oceanair_07	918	1.079.481	120.141
Pantanal_09	92	77.465	6.544	Pantanal_07	102	93.420	8.679
Passaredo_09	95	221.821	19.284	Passaredo_07	30	47.629	4.726
Puma_09	28	43	4	Puma_07	28	9.763	1.013
Rico_09	173	4.270	366	Rico_07	171	161.617	17.833
Sete_09	23	10.514	1.044	Sete_07	20	8.057	873
Sol_09	3	1.212	99	TAF_07	399	167.685	51.366
TAF_09	159	4.826	37.645	TAM_07	9.553	33.445.234	3.806.729
TAM_09	14.028	44.570.946	4.341.646	Team_07	21	3.087	262
Team_09	14	3.476	268	Total_07	510	225.952	49.665
Total_09	498	62.230	49.086	Trip_07	157	208.626	22.677
Trip_09	512	851.302	76.279	Varig_07	6.597	3.831.335	478.611
Webjet_09	955	2.522.478	226.507	Webjet_07	155	345.579	35.885

abordagens que combinam clusterização sistemática e DEA.

Após a formação dos *clusters*, aplicou-se o modelo CCR orientado a *input* em (1), considerando-se as variáveis definidas na Subseção 3.1, separadamente para cada *cluster* (passo 2 da solução de compensação descrita na Subseção 2.2). No cálculo das eficiências, foi usado o *software* SIAD (Angulo-Meza *et al.*, 2005), versão 3.0. Os resultados constam da Tabela 3.

Na Tabela 3, observa-se que, ao todo, sete DMUs foram eficientes: uma no *cluster* 1 (Noar, em 2010); duas no *cluster* 2 (Passaredo, em 2008; e a Puma, em 2010); duas no *cluster* 3 (Passaredo, em 2009; e Rico, em 2010); uma no *cluster* 4 (Azul, em 2009); e uma no *cluster* 5 (Gol, em 2007).

A seguir, as DMUs eficientes de cada *cluster* foram separadas e o mesmo modelo CCR usado anteriormente foi aplicado a estas DMUs (passo 3). A partir dos resultados de eficiência obtidos, calculou-se, então, as eficiências médias das DMUs do *cluster* de eficientes, levando-se em conta seus *clusters* originais (passo 4). Os resultados constam da Tabela 4.

Na Tabela 4, o fato de apenas a empresa Azul, em 2009, ter sido 100% eficiente no *cluster* de eficientes sugere

que o *cluster* 4 é o único operando em escala ótima, enquanto os demais apresentam desvantagens de escala que têm impacto negativo na eficiência, a despeito de quaisquer outras ineficiências gerenciais.

A etapa seguinte (passo 5) consiste em aplicar o mesmo modelo CCR a todas as DMUs do conjunto de análise, aqui chamado de modelo geral. Em seguida (passo 6), usou-se as eficiências médias de cada *cluster* (vide Tabela 4), como fator de correção das eficiências gerais, dividindo-se as eficiências obtidas no modelo geral, pelas eficiências médias de cada *cluster*, considerando-se o *cluster* a que as DMUs foram originalmente designadas. Os resultados foram, então, normalizados.

A Tabela 5 apresenta os resultados de eficiência sob o modelo geral, bem como as respectivas eficiências corrigidas e normalizadas. Após a compensação e subsequente normalização, a única DMU que se manteve 100% eficiente foi a empresa Puma, em 2010, originalmente alocada ao *cluster* 2.

### 3.4. Comparação com modelo BCC tradicional

Para fins comparativos, o modelo BCC tradicional, orientado a *input*, comumente utilizado quando não se pode

**Tabela 2.** Composição dos *clusters* gerados, usando o input “capacidade da frota”

Cluster 1 (n=11)		Cluster 2 (n= 22)		Cluster 3 (n=13)		Cluster 4 (n=18)		Cluster 5 (n=9)	
DMU	Input	DMU	Input	DMU	Input	DMU	Input	DMU	Input
Sol_09	3,3	Sete_08	19,9	Pantanal_09	91,9	Trip_08	280,7	Gol_07	4.688,5
Mega_07	4,0	Sete_07	20,0	Passaredo_09	95,3	Azul_09	391,4	Varig_07	6.597,0
Sol_10	6,6	Team_07	21,0	Pantanal_08	101,1	TAF_07	399,0	Gol/Varig_08	8.658,4
Noar_10	9,9	Sete_09	23,1	Pantanal_07	102,0	Webjet_08	431,3	Gol/Varig_09	8.774,1
Abaete_10	11,2	Meta_10	27,4	Rico_08	124,1	TAF_08	432,3	Gol/Varig_10	9.190,5
Abaete_09	11,5	Puma_09	28,0	Webjet_07	155,0	Total_09	497,8	TAM_07	9.553,3
Abaete_08	11,9	Puma_08	28,0	Trip_07	157,0	Total_07	510,0	TAM_08	12.541,3
Team_09	13,6	NHT_07	28,0	TAF_09	158,9	Trip_09	511,7	TAM_09	14.028,3
Abaete_07	15,0	Puma_07	28,0	Rico_07	171,3	Total_08	517,8	TAM_10	15.113,5
Team_10	16,5	Sete_10	29,1	Rico_09	173,3	Total_10	542,0		
Team_08	17,5	Meta_09	29,7	Rico_10	182,2	Avianca_10	788,5		
		Meta_08	29,8	Pantanal_10	204,5	Trip_10	824,0		
		Meta_07	30,0	Passaredo_10	215,2	Avianca_09	828,6		
		Passaredo_07	30,0			Oceanair_07	918,0		
		AirMinas_08	31,6			Webjet_09	955,1		
		AirMinas_07	32,0			Azul_10	1.040,9		
		NHT_08	34,0			Oceanair_08	1.115,9		
		NHT_10	39,6			Webjet_10	1.322,3		
		NHT_09	39,6						
		AirMinas_09	43,4						
		Passaredo_08	53,8						
		Puma_10	58,5						

**Tabela 3.** Eficiências CCR em cada *cluster*

Cluster 1		Cluster 2		Cluster 3		Cluster 4		Cluster 5	
DMU	Eficiência	DMU	Eficiência	DMU	Eficiência	DMU	Eficiência	DMU	Eficiência
Sol_09	72,6%	Sete_08	28,3%	Pantanal_09	36,2%	Trip_08	40,9%	Gol_07	100,0%
Mega_07	54,3%	Sete_07	25,0%	Passaredo_09	100,0%	Azul_09	100,0%	Varig_07	16,1%
Sol_10	67,3%	Team_07	9,1%	Pantanal_08	34,1%	TAF_07	28,5%	Gol/Varig_08	70,4%
Noar_10	100,0%	Sete_09	28,2%	Pantanal_07	40,0%	Webjet_08	63,5%	Gol/Varig_09	69,3%
Abaete_10	34,2%	Meta_10	45,4%	Rico_08	18,2%	TAF_08	23,0%	Gol/Varig_10	78,9%
Abaete_09	28,3%	Puma_09	0,1%	Webjet_07	100,0%	Total_09	21,8%	TAM_07	88,2%
Abaete_08	22,9%	Puma_08	9,2%	Trip_07	61,9%	Total_07	21,6%	TAM_08	82,4%
Team_09	50,6%	NHT_07	28,0%	TAF_09	83,6%	Trip_09	33,0%	TAM_09	73,4%
Abaete_07	32,9%	Puma_07	21,6%	Rico_07	44,5%	Total_08	17,9%	TAM_10	79,0%
Team_10	37,0%	Sete_10	35,7%	Rico_09	1,1%	Total_10	21,6%		
Team_08	39,3%	Meta_09	42,4%	Rico_10	100,0%	Avianca_10	48,1%		
		Meta_08	78,7%	Pantanal_10	51,0%	Trip_10	36,8%		
		Meta_07	51,0%	Passaredo_10	85,7%	Avianca_09	35,1%		
		Passaredo_07	98,4%			Oceanair_07	29,0%		
		AirMinas_08	36,8%			Webjet_09	52,5%		
		AirMinas_07	23,8%			Azul_10	76,7%		
		NHT_08	30,4%			Oceanair_08	31,7%		
		NHT_10	16,3%			Webjet_10	60,4%		
		NHT_09	24,2%						
		AirMinas_09	29,7%						
		Passaredo_08	100,0%						
		Puma_10	100,0%						

negligenciar as diferenças de escala, foi aplicado ao conjunto de 73 DMUs como um todo, considerando as variáveis definidas na Subseção 3.1. Os resultados de eficiência (normalizada) da abordagem aqui proposta (vide Tabela 5) e da abordagem BCC tradicional, bem como as respectivas ordenações, são exibidos na Tabela 6.

Os resultados indicam que a abordagem proposta discrimina melhor as DMUs, gerando apenas uma empresa eficiente, contra dez no modelo BCC tradicional. A única DMU eficiente nas duas abordagens foi a empresa Puma,

em 2010. No modelo BCC tradicional, duas DMUs eficientes foram assim classificadas por terem usado o menor nível de recursos (Sol, em 2009) ou produzido a maior quantidade em, ao menos, um dos *outputs* (TAM, em 2010). De fato, essa classificação inadequada (mencionada na Subseção 2.1) é uma das desvantagens do modelo BCC, que levou à proposta de uma metodologia alternativa. Na abordagem alternativa, essas mesmas DMUs tiveram resultados bem inferiores: 50% para TAM, em 2010; e 22% para Sol, em 2009.

**Tabela 4.** Eficiências no *cluster* de eficientes e médias nos *clusters* de origem

<i>Cluster</i>	<i>DMU</i>	<i>Eficiência</i>	<i>Média no cluster</i>
<i>Cluster 1</i>	Noar_10	20,7%	0,2074
<i>Cluster 2</i>	Passaredo_08	32,5%	0,6627
	Puma_10	100,0%	
	Passaredo_09	44,0%	
<i>Cluster 3</i>	Webjet_07	46,4%	0,4237
	Rico_10	36,8%	
<i>Cluster 4</i>	Azul_09	100,0%	1,0000
<i>Cluster 5</i>	Gol_07	90,3%	0,9030

**Tabela 5.** Eficiências padrão sob o modelo CCR geral, eficiências compensadas pelo fator de correção dos *clusters* e eficiências compensadas normalizadas

<i>Cluster</i>	<i>DMU</i>	<i>Eficiência</i>			<i>Cluster</i>	<i>DMU</i>	<i>Eficiência</i>		
		<i>Geral</i>	<i>Compensada</i>	<i>Normalizada</i>			<i>Geral</i>	<i>Compensada</i>	<i>Normalizada</i>
<i>Cluster 1</i>	Sol_09	6,8%	32,8%	21,8%	<i>Cluster 3</i>	Pantanal_09	15,7%	37,1%	24,6%
	Mega_07	11,2%	54,0%	35,8%		Passaredo_09	44,0%	103,8%	68,8%
	Sol_10	6,3%	30,4%	20,2%		Pantanal_08	15,3%	36,0%	23,9%
	Noar_10	20,7%	100,0%	66,3%		Pantanal_07	17,9%	42,3%	28,0%
	Abaete_10	3,2%	15,4%	10,2%		Rico_08	8,4%	19,9%	13,2%
	Abaete_09	2,7%	12,9%	8,5%		Webjet_07	46,4%	109,4%	72,5%
	Abaete_08	2,2%	10,8%	7,1%		Trip_07	28,3%	66,9%	44,3%
	Team_09	4,7%	22,9%	15,1%		TAF_09	30,6%	72,3%	47,9%
	Abaete_07	3,2%	15,5%	10,3%		Rico_07	20,3%	47,9%	31,8%
	Team_10	3,5%	16,7%	11,1%		Rico_09	0,5%	1,1%	0,7%
Team_08	3,7%	17,8%	11,8%	Rico_10	36,8%	86,8%	57,5%		
<i>Cluster 2</i>	Sete_08	9,8%	14,8%	9,8%	Pantanal_10	22,3%	52,6%	34,9%	
	Sete_07	8,6%	12,9%	8,6%	Passaredo_10	37,7%	89,0%	59,0%	
	Team_07	2,7%	4,1%	2,7%	Trip_08	37,6%	37,6%	24,9%	
	Sete_09	9,2%	13,9%	9,2%	Azul_09	100,0%	100,0%	66,3%	
	Meta_10	14,0%	21,1%	14,0%	TAF_07	18,2%	18,2%	12,1%	
	Puma_09	0,03%	0,04%	0,03%	Webjet_08	57,2%	57,2%	37,9%	
	Puma_08	3,1%	4,7%	3,1%	TAF_08	15,6%	15,6%	10,4%	
	NHT_07	8,6%	13,0%	8,6%	Total_09	20,3%	20,3%	13,4%	
	Puma_07	7,2%	10,9%	7,2%	Total_07	15,0%	15,0%	9,9%	
	Sete_10	11,5%	17,4%	11,5%	Trip_09	31,9%	31,9%	21,2%	
	Meta_09	13,1%	19,8%	13,1%	Total_08	13,6%	13,6%	9,0%	
	Meta_08	26,6%	40,1%	26,6%	Total_10	21,0%	21,0%	13,9%	
	Meta_07	17,6%	26,6%	17,6%	Avianca_10	45,9%	45,9%	30,4%	
	Passaredo_07	32,2%	48,6%	32,2%	Trip_10	35,8%	35,8%	23,7%	
	AirMinas_08	11,4%	17,2%	11,4%	Avianca_09	33,7%	33,7%	22,3%	
	AirMinas_07	7,6%	11,4%	7,6%	Oceanair_07	25,4%	25,4%	16,9%	
	NHT_08	9,4%	14,2%	9,4%	Webjet_09	50,8%	50,8%	33,6%	
	NHT_10	4,9%	7,4%	4,9%	Azul_10	76,7%	76,7%	50,8%	
	NHT_09	7,2%	10,9%	7,2%	Oceanair_08	28,0%	28,0%	18,6%	
	AirMinas_09	8,9%	13,4%	8,9%	Webjet_10	59,2%	59,2%	39,2%	
Passaredo_08	32,5%	49,1%	32,5%	<i>Cluster 5</i>	Gol_07	90,3%	100,0%	66,3%	
Puma_10	100,0%	150,9%	100,0%		Varig_07	13,4%	14,9%	9,9%	
					Gol/Varig_08	63,4%	70,3%	46,6%	
					Gol/Varig_09	58,0%	64,3%	42,6%	
					Gol/Varig_10	66,9%	74,0%	49,1%	
					TAM_07	76,7%	84,9%	56,3%	
					TAM_08	71,4%	79,1%	52,4%	
				TAM_09	63,8%	70,6%	46,8%		
				TAM_10	68,5%	75,8%	50,3%		

Na Tabela 6, nota-se, ainda, que, na maioria dos casos (60 das 73 DMUs), a metodologia proposta resultou em pontuações inferiores às observadas no modelo BCC. Dentre as exceções, estão 11 DMUs pertencentes ao *cluster 3*: Pantanal, nos anos de 2008, 2009 e 2010; Passaredo, em 2009 e 2010; Rico, nos anos de 2007, 2008 e 2010; TAF,

em 2009; Trip, em 2007; e Webjet, em 2007. Outra exceção é a empresa Noar, em 2010, que compõe o *cluster 1*.

Em relação à ordenação final os resultados das duas abordagens são bastante similares. Para 48 DMUs, as diferenças decorrem das dez DMUs 100% eficientes, e, portanto, empatadas na abordagem BCC tradicional. Em seis

**Tabela 6.** Resultados de eficiência e ordenação da abordagem proposta e da BCC tradicional

DMU	Eficiência				DMU	Eficiência			
	Ordem	Cluster + CCR + compensação	Ordem	BCC		Ordem	Cluster + CCR + compensação	Ordem	BCC
Abaete_10	54	10,2%	32	30,7%	Abaete_08	68	7,1%	36	28,1%
Avianca_10	27	30,4%	21	46,7%	Air Minas_08	50	11,4%	53	21,0%
Azul_10	11	50,8%	12	87,4%	Gol/Varig_08	16	46,6%	13	78,1%
Gol/Varig_10	13	49,1%	1	100,0%	Meta_08	29	26,6%	27	36,5%
Meta_10	42	14,0%	42	25,1%	NHT_08	58	9,4%	58	18,4%
NHT_10	69	4,9%	69	12,6%	Oceanair_08	38	18,6%	35	29,4%
Noar_10	4	66,3%	18	51,0%	Pantanal_08	32	23,9%	61	18,1%
Pantanal_10	22	34,9%	45	23,6%	Passaredo_08	24	32,5%	26	37,9%
Passaredo_10	7	59,0%	24	38,8%	Puma_08	70	3,1%	68	14,1%
Puma_10	1	100,0%	1	100,0%	Rico_08	45	13,2%	71	10,8%
Rico_10	8	57,5%	23	40,1%	Sete_08	57	9,8%	41	25,1%
Sete_10	49	11,5%	50	21,9%	TAF_08	52	10,4%	65	15,6%
Sol_10	37	20,2%	16	52,9%	TAM_08	10	52,4%	1	100,0%
TAM_10	12	50,3%	1	100,0%	Team_08	48	11,8%	52	21,2%
Team_10	51	11,1%	49	22,1%	Total_08	60	9,0%	72	10,5%
Total_10	43	13,9%	39	26,8%	Trip_08	30	24,9%	25	38,2%
Trip_10	33	23,7%	28	35,8%	Webjet_08	20	37,9%	15	58,2%
Webjet_10	19	39,2%	14	71,5%					
Abaete_09	64	8,5%	34	29,4%	Abaete_07	53	10,3%	44	23,7%
AirMinas_09	61	8,9%	64	15,9%	AirMinas_07	65	7,6%	63	17,1%
Avianca_09	34	22,3%	29	33,7%	Gol_07	4	66,3%	1	100,0%
Azul_09	4	66,3%	1	100,0%	Mega_07	21	35,8%	1	100,0%
Gol/Varig_09	18	42,6%	1	100,0%	Meta_07	39	17,6%	37	27,6%
Meta_09	46	13,1%	46	23,4%	NHT_07	62	8,6%	55	19,6%
NHT_09	67	7,2%	67	14,9%	Oceanair_07	40	16,9%	40	26,1%
Pantanal_09	31	24,6%	56	18,9%	Pantanal_07	28	28,0%	54	20,7%
Passaredo_09	3	68,8%	20	46,8%	Passaredo_07	25	32,2%	22	42,0%
Puma_09	73	0,03%	70	11,8%	Puma_07	66	7,2%	60	18,1%
Rico_09	72	0,7%	73	2,2%	Rico_07	26	31,8%	51	21,8%
Sete_09	59	9,2%	48	22,4%	Sete_07	63	8,6%	43	23,8%
Sol_09	35	21,8%	1	100,0%	TAF_07	47	12,1%	59	18,4%
TAF_09	14	47,9%	31	31,0%	TAM_07	9	56,3%	1	100,0%
TAM_09	15	46,8%	11	91,1%	Team_07	71	2,7%	62	17,4%
Team_09	41	15,1%	38	27,3%	Total_07	55	9,9%	66	15,0%
Total_09	44	13,4%	47	22,5%	Trip_07	17	44,3%	33	29,9%
Trip_09	36	21,2%	30	32,2%	Varig_07	56	9,9%	57	18,6%
Webjet_09	23	33,6%	17	52,2%	Webjet_07	2	72,5%	19	47,7%

casos, as ordenações finais em ambas as abordagens coincidem: Meta, em 2010 e 2009; NHT, nos anos de 2008, 2009 e 2010; e Oceanair, em 2007. Contudo, é possível identificar alguns casos em que diferenças nas ordenações se sobressaem: por exemplo, Abaeté, em 2009 e 2008; Pantanal, em 2008; e Sol, em 2009.

#### 4. CONCLUSÕES

O objetivo deste artigo era realizar uma análise os resultados de eficiência obtidos por meio uma abordagem BCC tradicional em comparação à metodologia aqui proposta, que representa uma forma alternativa de se lidar com diferenças na escala de operação das DMUs.

A proposta metodológica aqui apresentada combina clusterização *ex-ante* das DMUs ao modelo CCR, e compensação *ex-post* das diferenças de escala entre os *clusters*.

Para a consecução do objetivo, ambas abordagens foram aplicadas buscando avaliar o desempenho operacional das empresas brasileiras de transporte aéreo de passageiros, no período de 2007 a 2010, no que se refere, estritamente, ao uso da frota.

Os resultados evidenciam que a abordagem proposta discriminou melhor as DMUs, tendo redundado em apenas uma empresa eficiente. Além disso, ficou claro que as DMUs classificadas como eficiente no BCC tradicional, por razões estritamente matemáticas, estão bem longe de serem de fato eficientes.

Não obstante, a proposta pareceu penalizar os resultados de eficiência, uma vez, em 82% dos casos, as pontuações foram menores que na abordagem BCC tradicional. Surpreendentemente, em 66% dos casos, as ordenações finais das duas abordagens foram bastante semelhantes, desconsiderando-se os empates do BCC tradicional.

Pode-se concluir que, em relação ao modelo BCC tradicional, a abordagem proposta apresenta a vantagem de evitar as classificações inadequadas de DMUs eficientes, bem como outros inconvenientes daquele modelo (vide Subseção 2.1). Com isso, a proposta evidencia maior capacidade de discriminação entre as DMUs que a abordagem BCC usual, uma vez que resulta em uma quantidade menor de unidades eficientes.



Uma sugestão de trabalho futuro compreende a análise comparativa da metodologia aqui proposta com a abordagem que integra a clusterização dinâmica ao modelo CCR (Golany e Thore, 1997).

## AGRADECIMENTOS

Ao CNPq, pelo apoio financeiro.

## REFERÊNCIAS

- Ali, A.I. (1993) Streamlined computation for data envelopment analysis. *European Journal of Operational Research*, v. 64, n. 1, p. 61-67. DOI: 10.1016/0377-2217(93)90008-B.
- ANAC (2007) *Anuários estatísticos do transporte aéreo 2007*. Disponível em: [www.anac.gov.br/](http://www.anac.gov.br/) [acesso em: 20 de maio de 2014].
- ANAC (2008) *Anuários estatísticos do transporte aéreo 2008*. Disponível em: [www.anac.gov.br/](http://www.anac.gov.br/) [acesso em: 20 de maio de 2014].
- ANAC (2009) *Anuários estatísticos do transporte aéreo 2009*. Disponível em: [www.anac.gov.br/](http://www.anac.gov.br/) [acesso em: 20 de maio de 2014].
- ANAC (2010) *Anuários estatísticos do transporte aéreo 2010*. Disponível em: [www.anac.gov.br/](http://www.anac.gov.br/) [acesso em: 20 de maio de 2014].
- Angulo-Meza, L.; Biondi Neto, L.; Soares de Mello, J. C. C. B. e Gomes, E. G. (2005) ISYDS - Integrated System for Decision Support (SIAD - Sistema Integrado de Apoio a Decisão): A software package for data envelopment analysis model. *Pesquisa Operacional*, v. 25, n. 3, p. 493-503. DOI: 10.1590/S0101-74382005000300011.
- Jain, A. K. (2010) Data clustering: 50 years beyond K-means. *Pattern Recognition Letters*, v. 31, n. 8, p. 651-666. DOI:10.1016/j.patrec.2009.09.011.
- Banker, R. D.; Charnes, A. e Cooper, W. W. (1984) Some models for estimating technical scale inefficiencies in data envelopment analysis. *Management Science*, v. 30, n. 9, p. 1078-1092. DOI: 10.1287/mnsc.30.9.1078.
- Banker, R. D.; Charnes, A.; Cooper, W. W.; Swarts, J. e Thomas, D. (1989) An introduction to data envelopment analysis with some models and their uses. *Research in Governmental and Non-Profit Accounting*, v. 5, p. 125-163.
- Bertoloto, R. F. e Soares de Mello, J. C. C. B. (2011) Eficiência de portos e terminais privativos brasileiros com características distintas. *Journal of Transport Literature*, v. 5, n. 2, p. 4-21.
- Correia, T. C. V. D.; Soares de Mello, J. C. C. B. e Angulo-Meza, L. (2011) Assessment of Brazilian airlines technical efficiency: a study using data envelopment analysis and fuzzy sets, *Produção*, v. 1, n. 4, p. 676-683. DOI: 10.1590/S0103-65132011005000049.
- Golany, B. e Thore, S. (1997) Restricted best practice selection in DEA: An overview with a case study evaluating the socio-economic performance of nations. *Annals of Operations Research*, v. 73, p. 117-140. DOI: 10.1023/A:1018916925568.
- Gomes, E. G.; Abreu, U. G. P.; Soares de Mello, J. C. C. B.; Carvalho, T. B. e Zen, S. (2012a) DEA performance evaluation of livestock systems in Brazil. In: *Data envelopment analysis and its applications to management*, Charles, V. e Kumar, M. (eds.) Cambridge Scholars Publishing, Newcastle upon Tyne, Reino Unido, p. 224-238.
- Gomes, E. G.; Soares de Mello, J. C. C. B. e Freitas, A. C. R. (2012b) Efficiency measures for a non-homogeneous group of family farmers. *Pesquisa Operacional*, v. 32, n. 3, p. 561-574.
- Gomes Júnior, S. F.; Rubem, A. P. S.; Soares de Mello, J. C. C. B. e Angulo-Meza, L. (2015) Evaluation of Brazilian airlines nonradial efficiencies and targets using an alternative DEA approach. *International Transactions in Operational Research*. DOI: 10.1111/itor.12162.
- Gomes Júnior, S. F.; Soares de Mello, J. C. C. B. e Angulo-Meza, L. (2013) DEA nonradial efficiency based on vector properties. *International Transactions in Operational Research*, v. 20, n. 3, p. 341-364. DOI: 10.1111/itor.12000.
- MacQueen, J. B. (1967) Some Methods for classification and Analysis of Multivariate Observations. In: *Proceedings of 5th Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*, University of California Press, California, CA, Estados Unidos, v. 1, n. 14, p. 281-297.
- Podinovski, V. V. e Thanassoulis, E. (2007) Improving discrimination in data envelopment analysis: Some practical suggestions. *Journal of Productivity Analysis*, v. 28, n. 1-2, p. 117-126. DOI 10.1007/s11123-007-0042-x.
- Silveira, J. Q.; Soares de Mello, J. C. C. B. e Angulo-Meza, L. (2012a) Brazilian airlines efficiency evaluation using a data envelopment analysis (DEA) and multiobjective linear programming hybrid model. *Ingeniare*, v. 20, n. 3, p. 331-342.
- Silveira, J. Q.; Soares de Mello, J. C. C. B., e Angulo-Meza, L. (2012b) Identificação de benchmarks e anti-benchmarks para companhias aéreas usando modelos DEA e fronteira invertida. *Produção*, v. 22, n. 4, p. 788-795.
- Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo-Meza, L.; Gomes, E. G.; Serapião, B. P. e Lins, M.P E. (2003) Análise de envoltória de dados no estudo da eficiência e dos benchmarks para companhias aéreas brasileiras. *Pesquisa Operacional*, v. 23, n. 2, p. 325-345. DOI: 10.1590/S0101-74382003000200005.

Soares de Mello, J. C. C. B.; Angulo Meza, L.; Silveira, J. Q. e Gomes, E. G. (2013) About negative efficiencies in cross evaluation BCC input oriented models. *European Journal of Operational Research*, v. 229, n. 3, p. 732-737. DOI:10.1016/j.ejor.2013.02.020.

Soares de Mello, J. C. C. B.; Gomes, E. G.; Angulo-Meza, L.; Biondi Neto, L.; Abreu, U. G. P.; Carvalho, T. B. e Zen, S. (2012) Ex-post clustering of Brazilian beef cattle farms using SOMs and cross-evaluation *DEA* models, Applications of self-organizing maps, Ed. Intech. DOI: 10.5772/51324.

Soares de Mello, P. H. C.; Soares de Mello, J. C. C. B. e Angulo-Meza, L. (2009) Misunderstandings due to a codeshare between two Brazilian airlines in Rio de Janeiro international airport. *Rio's International Journal on sciences of industrial and systems engineering and management*, v. 3, n. 1, p. sp091-02.

Steinhaus, H. (1957) Sur la division des corps matériels en parties. *Bulletin de L'Academie Polonaise des Sciences*, v. 4, n. 12, p. 801-804.