

PROJETO MULTICRITÉRIO DE REDES DE TRANSPORTES UTILIZANDO O MÉTODO DA CONTRAÇÃO DO CONE

Luiz Flavio Autran Monteiro Gomes¹

Engenharia de Produção
Universidade Federal Fluminense - Niterói

Rosa Sumactika Delgadillo de Mauricio²

Engenharia de Produção
Pontifícia Universidade Católica - Rio de Janeiro

RESUMO

Este artigo aborda o problema do projeto de uma rede de transportes em presença de múltiplos critérios através do método da contração do cone. O uso do método implica nas seguintes etapas de cálculo: (1) geração de um pequeno subconjunto de pontos não-dominados; (2) construção de uma relação de subordinação nebulosa; (3) construção de duas ordens no conjunto de pontos não-dominados previamente obtidos pela utilização da destilação ascendente e descendente; (4) construção de duas funções de escalarização por regressão ordinal; (5) construção do cone de preferências no espaço de critérios; (6) exploração interativa dos subconjuntos não-dominados definidos pelo cone; (7) verificação da existência de uma solução de compromisso; e (8) realimentação. O artigo inclui um exemplo numérico.

ABSTRACT

This paper tackles the problem of designing a transportation network under multiple criteria via the cone contraction method. The use of this method implies the following steps: (1) generating a small subset of non-dominated points; (2) construction of a fuzzy outranking relation; (3) construction of two orders in the previously obtained set of non-dominated points, by making use of ascending and descending distillation; (4) assessment of two scalarizing functions by using ordinal regression; (5) construction of the preference cone in the criteria space; (6) interactive exploration of the non-dominated subsets defined by the cone; (7) check of the existence of a compromise solution; and (8) feedback. A numerical example is given.

1. Introdução

O projeto de redes de transportes é uma atividades de extrema importância no planejamento dos transportes [Sheffi (1985); Steenbrink (1974)]. Tal projeto, de modo a ser realista, não pode ignorar a multiplicidade de critérios que intervêm no processo de escolha de trajetos, tais como minimização do tempo de viagem, maximização na segurança do deslocamento, minimização do custo de transporte etc.. Assim, o problema geral do projeto de redes de transporte é claramente um problema de otimização vetorial não linear [Gomes (1992)] e, embora já existam algumas abordagens multicritério ao estudo de fluxos em redes de transporte [Gomes (1986); Clímaco & Martins (1982); Rojas & Maculan (1993); Clímaco *et alii* (1993)], ainda há um longo caminho a ser percorrido até poder-se afirmar que se dispõe de um repertório de métodos acessíveis aos profissionais de transportes sem uma formação básica em programação matemática multiobjetiva.

Na própria programação matemática multiobjetiva, por sua vez, a tendência atual é de utilizar-se cada vez mais os chamados métodos interativos, calcados numa progressiva investigação das soluções não dominadas mais aceitáveis pelos agentes de decisão [Evans (1984); Goicochea *et al.* (1982); Slowinski (1989); Steuer (1986); Vanderpooten e Vincke (1989)].

Dos métodos interativos que apareceram nos últimos anos na literatura de Auxílio Multicritério à Decisão e, em particular, em programação matemática não linear multiobjetiva, um dos que apresentam grande potencial como método para o projeto de redes de transportes é o método da contração do cone [Jaszewicz e Slowinski (1992)]. O que caracteriza tal método é o fato de que as preferências do agente de decisão - no caso, o analista da rede de transportes - são modeladas partindo-se de uma relação de sobre-classificação nebulosa (“fuzzy outranking”) em uma amostra de pontos não dominados. Essa relação é definida como um cone de preferências dos pontos não-dominados de maior interesse, os quais são investigados de modo a poder-se submeter ao agente de decisão os pontos que melhor representam uma solução de compromisso entre os diferentes critérios de projeto.

Neste artigo mostra-se como o método da contração do cone pode ser empregado no projeto de redes de transportes, o qual é formulado

como um problema de programação inteira. Um exemplo numérico ilustra a utilização do método.

2. Definição do problema

Formularemos nosso problema para o caso de uma rede de transporte com 3 objetivos: minimizar tempo e comprimento de percurso e, além disto, o custo total de construção da rede. No entanto, nossa conclusões poderão ser estendidas para quaisquer outros critérios de projeto.

Seja uma rede de transportes (N,A) , com um conjunto de nós N e com um conjunto de arcos A . Define-se uma rota principal na rede como um conjunto de nós e arcos caracterizadores dos mais importantes deslocamentos, aos quais se associa tempos ou comprimentos dos percursos. Define-se uma rota secundária como um conjunto de nós e arcos que são utilizados de modo a conectar a demanda, tanto na sua geração como na sua atração, a nós pertencentes a uma rota principal.

Conceituando-se cada objetivo de projeto como a ação que busca o pleno atendimento de cada critério, podemos agora explicitar de forma mais precisa o conjunto dos 3 objetivos do projeto de uma dada rede:

- 1 Minimizar o comprimento (ou tempo de viagem) ao longo de cada rota principal, partindo de um nó inicial até um nó final pré-determinados.
- 2 Minimizar a distância total percorrida pela demanda para conectar-se a um nó da rota principal.
- 3 Minimizar o custo total de construção da rede.

Problemas de projeto de redes como o acima introduzido podem ser encontrados em várias situações práticas, tais como na localização de uma nova linha de metrô, na expansão de uma malha viária, no planejamento de rotas aéreas etc..

Analicamente nosso problema pode ser formulado como um problema de programação inteira, partindo-se das premissas principais seguintes:

- 1 Existe uma demanda associada a cada nó da rede.
- 2 A demanda em cada nó deve ser satisfeita, tanto para nós pertencentes a uma rota principal como para aqueles contidos em uma rota secundária.

- 3 Os arcos são não-capacitados.
- 4 Os arcos tem custos não negativos.
- 5 Não existe restrição de orçamento para a construção da rede.
- 6 As demandas e custos são determinísticos.
- 7 Os custos dos arcos das rotas principais e secundária não são proporcionais a seus comprimentos.
- 8 Custos de transbordo são desprezíveis.

Dito isso, o problema é modelável da forma abaixo [Figlali e Soysal (1991)]:

Minimizar $z = (z_1, z_2, z_3)(P)$

Sujeito a:

$$\sum_{j \in N_s} x_{sj} = 1 \quad 1$$

$$\sum_{i \in M_t} x_{it} = 1 \quad 2$$

$$\sum_{i \in M_j} x_{ij} - \sum_{k \in N_j} x_{jk} = 0 \quad \forall j, j = s, t \quad 3$$

$$\sum_{j \in N_i} x_{ij} + \sum_{j \in P_i} y_{ij} = 1 \quad \forall i, i = s, t \quad 4$$

$$y_{ij} - \sum_{i \in M_j} x_{ij} \leq 0 \quad \forall i, j \quad 5$$

$$\sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} x_{ij} + \sum_{i \in Q} \sum_{j \in Q} y_{ij} \leq |Q| - 1 \quad \forall Q \subseteq N \quad 6$$

$$x_{ij} = 0, 1 \quad 7$$

$$y_{ij} = 0, 1 \quad 8$$

$$z_1 = \sum_i \sum_j L_{ij} x_{ij} \quad 9$$

$$z_2 = \sum_i \sum_j C_{ij} x_{ij} + \sum_i \sum_j c_{ij} y_{ij} \quad 10$$

$$z_3 = \sum_i \sum_j D_i T_{ij} y_{ij} \quad 11$$

Nas expressões acima tem-se:

- z = função objetivo global;
- D_i = demanda do nó i ;
- L_{ij} = comprimento do arco (i,j) ;
- T_{ij} = distância (ou tempo de viagem) via a rota mínima do nó i ao nó j ;
- C_{ij} = Custo de construção do arco (i,j) da rota principal;
- c_{ij} = Custo de construção do arco (i,j) da rota secundária;
- x_{ij} = 1 se existe conexão do nó i ao nó j na rota principal,
0 caso contrário;
- y_{ij} = 1 se existe conexão do nó i ao nó j na rota secundária
e a rota principal é alcançada,
0 caso contrário;
- P_i = conjunto dos nós j tais que existe um caminho do nó i ao nó j ;
- N_i = conjunto dos nós j tais que existe o arco (i,j) ;
- M_j = conjunto dos nós i tais que existe o arco (i,j) ;
- s = nó origem;
- t = nó destino;

As restrições (1) e (2) asseguram respectivamente que os nós de origem e destino estejam na rota principal. A restrição (3) diz que se um arco incidente ao nó j (j diferente da origem ou destino) está na rota principal, então um arco saindo do nó j também estará na rota principal (princípio de conservação do fluxo). A restrição (4) assegura que todo nó está na rota principal ou na secundária. A restrição (5) proíbe o nó i , que está na rota secundária, de alcançar o nó j , a menos que o nó j esteja na rota principal (isto garante conexão do nó secundário com o nó primário). As restrições (6) proíbem sub-ciclos nas rotas primárias e secundárias; observe-se que, na prática, o número dessas restrições não é exponencial, pois fazem-se ajustamentos de modo a representar a realidade. As restrições (7) e (8) são as restrições de integralidade. A função objetivo (9) indica a minimização do comprimento da rota principal, a função objetivo (10) representa a minimização do custo de construção da rede e a função objetivo (11) indica a minimização da distância total percorrida pela demanda para alcançar a rota principal.

3. Metodologia Aplicada

A seguir apresenta-se um método de contração do cone para resolver a seguinte classe de problemas de Programação Inteira Multiobjetivo:

$$(P1) \text{ Max } \{ g_1(x) = z_1 \}$$

$$:$$

$$\text{Max } \{ g_k(x) = z_k \}$$

s.a.

$$x \in D \subseteq B^n = \{0,1\}^n$$

onde $x = (x_1, \dots, x_n)$ denota o vetor de decisão, $g_j : R^n \Rightarrow R$ para $j = 1, \dots, k$ são funções não necessariamente lineares, e D denota o espaço de decisão. Assume-se que não existe um ponto em D que maximize todas as funções objetivos simultaneamente.

O problema (P1), também pode ser escrito como:

$$(P2) \text{ Max } \{ z \}$$

s.a.

$$z \in Z$$

onde $z = (z_1, \dots, z_k)$ é o vetor das funções objetivos e Z é a imagem de D no espaço de critérios. $Z \subset R^k$ é o conjunto de resultados potenciais, o qual se assume finito e limitado.

Definição 1.- Um ponto $z' = (z'_1, \dots, z'_k) \in Z$ é não-dominado se não existe $z = (z_1, \dots, z_k) \in Z$, $z \neq z'$, tal que $z_j \geq z'_j \forall j \in \{1, \dots, k\}$, e $z_i > z'_i$ para algum $i \in \{1, \dots, k\}$. Isto é, um ponto é não-dominado se a melhora para algum objetivo causa piora em ao menos um outro objetivo. O conjunto de pontos não-dominados é chamado de conjunto não-dominado e é denotado por N .

Definição 2.- Um ponto $z' = (z'_1, \dots, z'_k) \in Z$ é fracamente dominado se não existe $z = (z_1, \dots, z_k) \in Z$ tal que $z_j > z'_j \forall j \in \{1, \dots, k\}$.

Definição 3.- Uma solução $x \in D$ é eficiente se seu vetor objetivo correspondente é não-dominado.

Definição 4.- Define-se um cone em R^k gerado pelos vetores $d_1, d_2, \dots, d_r \in R^k$ (geradores), $r \geq k$ por:

$$C = \{ d \in R^k / d = \sum_{j=1}^k \alpha_j d_j, \alpha_j \geq 0 \}$$

Definição 5 - Define-se a métrica de Tchebyshev de pesos crescentes no espaço de critérios como:

$$s(z, \Lambda, \rho) = \max \{ \lambda_j (z_j^* - z_j) \} + \rho \sum_1^k (z_j^* - z_j)$$

onde $z_j^* = \max \{ g_j(x) / x \in D \} + \varepsilon_j$, $\varepsilon_j > 0$, suficientemente pequeno, $\Lambda = (\lambda_1, \dots, \lambda_k)$ é um vetor de pesos, $\lambda_j \geq 0$, $\sum_1^k \lambda_j = 1$ e ρ é um número positivo pequeno. Chama-se o ponto $z^* = (z_1^*, \dots, z_k^*)$ de ponto ideal.

Definição 6- Define-se a direção diagonal de $s(z, \Lambda, \rho)$ por $-(1/\lambda_1, \dots, 1/\lambda_k)$; esta pode ser vista como a geradora do cone com origem em z^* .

Quando se constrói um procedimento iterativo, duas componentes básicas são usualmente definidas [Vanderpooten & Vincke (1989)]:

1. Os parâmetros de preferência que conduzem às informações sobre preferências;
2. A função escalarizante, que utiliza as informações sobre preferências para avaliar as alternativas.

No entanto, o uso de uma só função escalarizante pressupõe que as informações sobre preferência disponíveis são suficientes para comparar as alternativas usando somente relações de preferência e de indiferença [Roy e Boissous (1993)]. Distinguem-se três relações de preferência para comparar duas alternativas.

1. a P b : a é significativamente preferido a b
2. a I b : a e b são equivalentes
3. a Q b : a é fracamente preferido a b

Também define-se funções limiars (q) e preferência (p), para o critério g ; os limiars dependem em geral de $g(a)$, sendo que:

$$p[g(a)] \geq q[g(a)] \geq 0$$

Se g é maximizado, tem-se

$$a I b \Leftrightarrow -q[g(a)] \leq g(a) - g(b) \leq q[g(b)]$$

$$a Q b \Leftrightarrow q[g(b)] < g(a) - g(b) \leq p[g(b)]$$

$$a P b \Leftrightarrow p[g(b)] < g(a) - g(b)$$

Em situações onde o agente de decisão não é capaz de distinguir entre a P b, a Q b, e a I b, recomenda-se o uso de uma relação S, denominada subordinação e definida como se segue:

a S b significa que a é ao menos tão boa quanto b
a S b e b S a significa que a e b são incomparáveis

Esta relação pode ser avaliada entre 0 e 1, de modo a expressar a intensidade da afirmação “a subordina b” e é denominada relação de subordinação nebulosa.

Outro elemento de interesse é a técnica de destilação, que ordena de duas formas diferentes a informação dada:

- Uma ordenação descendente (p), obtida por um algoritmo que primeiro seleciona a melhor opção, logo a seguinte melhor, até a pior opção e
- Uma ordenação ascendente (p), obtida por um algoritmo onde a seleção é primeiro da pior opção, da seguinte pior e finaliza com a melhor opção.

4. Esquema Geral do Método

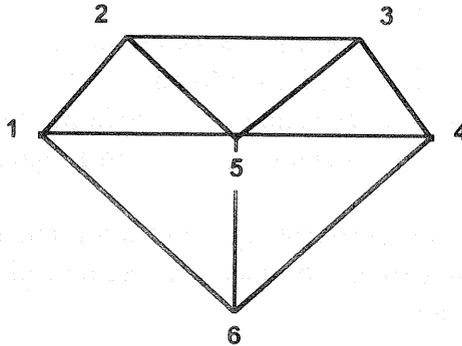
O método da contração do cone aplicado ao projeto multicritério de redes de transporte seguirá os seguintes passos:

- 1) Geração de um subconjunto pequeno de pontos não-dominados A , representativo quanto possível do conjunto de pontos não-dominados N . Isto é um subconjunto de soluções eficientes (rotas principais e arcos secundários) cujo vetor objetivo é não-dominado;
- 2) Construção de uma relação de subordinação nebulosa S , no subconjunto A .
- 3) Construção de duas ordenações p e \bar{p} no subconjunto A , usando destilação ascendente e descendente de S ;
- 4) Avaliação de duas funções escalarizantes (métrica de Tchebyshev ponderada crescente) compatível com p e \bar{p} usando regressão ordinal [Slowinski (1989)];
- 5) Construção do cone de preferência no espaço de critérios, usando as direções diagonais da função escalarizante ou usando geradores conectando z^* com quaisquer dois pontos indicados;
- 6) Exploração interativa dos subconjuntos não-dominados $\tilde{N} \subset N$, definidos pelo cone. O procedimento termina neste passo se uma solução de compromisso for encontrada; caso contrário, gera-se um novo subconjunto $A \subset \tilde{N}$ e retorna-se ao passo 2.

5. Exemplo Numérico

Como exemplo ilustrativo, aplica-se o método da contração do cone à rede exemplo da figura 1.

Figura 1: Rede exemplo



Os comprimentos ($L_{i,j}$), os custos dos arcos principais ($C_{i,j}$), e os custos dos arcos secundários ($c_{i,j}$), constam da tabela seguinte:

Tabela 1
Comprimentos e custos dos arcos principais e secundários

arco (i,j)	$L_{i,j}$	$C_{i,j}$	$c_{i,j}$
(1,2)	15	40	30
(1,5)	10	25	20
(1,6)	20	30	20
(2,3)	25	50	40
(2,5)	12	20	10
(3,4)	10	30	25
(3,5)	15	20	15
(4,5)	10	30	20
(4,6)	30	70	50
(5,6)	25	40	30

A tabela 2 apresenta a demanda para cada nó:

Tabela 2
Demanda em cada nó

Nó i	Demanda
1	30
2	20
3	10
4	50
5	20
6	40

Neste exemplo os nós origem e destino são 1 e 4 respectivamente. Seguindo o esquema geral do método, primeiro calcula-se z^* (ponto ideal), minimizando cada um dos objetivos independentemente:

$$z^* = (20, 100, 0)$$

Passo 1: Acha-se um conjunto A de pontos não-dominados representativos, isto é, obtido aplica-se a métrica de Tchebyshev sobre o conjunto total de pontos não-dominados N. Obteve-se o conjunto N enumerando todas as possíveis rotas.

Tabela 3
Soluções não-dominadas

Caminho principal	Arcos secundário	z_1	z_2	z_3
12564	35	82	185	150
12564	34	82	195	100
16534	25	70	130	240
1254	34+61	37	135	900
1254	35+61	37	125	950
1534	25+61	35	105	1040
1654	25+35	55	125	390
1654	25+34	55	135	340
154	25+35+61	20	100	1190
154	25+34+61	20	110	1140
165234		92	170	0
12534	61	52	130	800
164	54+21+34	50	175	600
164	54+25+35	50	145	890
164	54+25+34	50	155	740

Aplicando-se a métrica de Tchebyshev obteve-se os seguintes pontos não- dominados representativos:

$$\begin{array}{l}
 \text{Rota Principal} \quad \text{Arcos Secundários} \\
 p^1 = [92, 170, 0] \quad x^1 = [165234 - \quad \quad \quad] \\
 p^2 = [70, 130, 240] \quad x^2 = [16534 - 25 \quad \quad] \\
 p^3 = [20, 100, 1190] \quad x^3 = [154 \quad - 25 + 35 + 61]
 \end{array}$$

Assim, $A = \{p^1, p^2, p^3\}$ e x^1, x^2, x^3 são as soluções eficientes correspondentes a $p^1, p^2, e p^3$

A tabela 4 mostra os parâmetros de indiferença (q_j), preferência (f_j), veto (v_j), e a importância ou peso do coeficiente (w_j), dados pelo agente de decisão:

Tabela 4
Parâmetros de indiferença, preferência, veto e peso.

Objetivo	q_j	f_j	v_j	w_j
1	20	25	55	1
2	25	50	75	1.5

Passo 2: Com a informação acima, construiu-se uma relação de subordinação nebulosa no conjunto A, dada pela seguinte matriz de credibilidade $d(p^i, p^j)$:

Tabela 5
Matriz de credibilidade

	p^1	p^2	p^3
p^1	1	0.628	0
p^2	0.714	1	0.10
p^3	0	0	1

Passo 3: Usando a técnica de destilação determinou-se as préordenações descendente (p) e ascendente (p)

$$p: p^1 \Rightarrow p^2 = p^3$$

$$p: p^2 \Rightarrow p^1 = p^3$$

Sejam s' a função escalarizante perfeitamente compatível com p , e s a função escalarizante a ser avaliada e um erro de aproximação.

Para cada $z^a \in A$, tem-se que:

$$s^p(z^a, \Lambda, \rho) = s(z^a, \Lambda, \rho) + \delta^a$$

Assim, pode-se expressar todas as relações que constituem p da forma abaixo indicada:

$$z^a P z^b \Leftrightarrow s(z^b, \Lambda, \rho) - s(z^a, \Lambda, \rho) + \delta^b - \delta^a > \sigma$$

$$z^a I z^b \Leftrightarrow s(z^b, \Lambda, \rho) - s(z^a, \Lambda, \rho) + \delta^b - \delta^a = \sigma$$

em que σ é um número positivo escolhido para realçar a capacidade de discriminação de s .

No passo 4, o problema de regressão ordinal que minimiza a soma dos erros de aproximação, enquanto maximiza σ , é o seguinte:

$$\text{Min } \{\sum \delta^a - \sigma\}$$

s.a.

$$z^a P z^b \Leftrightarrow s(z^b, \Lambda, \rho) - s(z^a, \Lambda, \rho) + \delta^b - \delta^a > \sigma$$

$$z^a I z^b \Leftrightarrow s(z^b, \Lambda, \rho) - s(z^a, \Lambda, \rho) + \delta^b - \delta^a = \sigma$$

$$\delta^a \geq 0 \quad \forall z^a \in A$$

$$0 < \rho < 0.01$$

$$\sigma > 0.0001$$

$$\lambda_j > 0 \quad j = 1, \dots, k$$

$$\sum \lambda_j = 1$$

Resolvendo-se o problema acima obtém-se a seguinte solução compatível com p :

$$\Lambda = [\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3] = [0.478, 0.492, 0.028]$$

E, analogamente para \underline{p} tem-se:

$$\underline{\Lambda} = [\underline{\lambda}_1, \underline{\lambda}_2, \underline{\lambda}_3] = [0.369, 0.615, 0.015]$$

Passo 5: Constrói-se um cone de preferencia usando as direções diagonais da métrica de Tchebyshev s e \underline{s} , isto é $-(1/\lambda_1, 1/\lambda_2, 1/\lambda_3)$ e $-(1/\underline{\lambda}_1, 1/\underline{\lambda}_2, 1/\underline{\lambda}_3)$ respectivamente. O cone gera um subconjunto $\tilde{N} \subset N$, de pontos não-dominados. Examina-se o subconjunto \tilde{N} e apresenta-se várias amostras de pontos não-dominados ao agente de

decisão. Obtém-se uma primeira amostra, projetando o segmento de reta que conecta pontos não-dominados achados ao se minimizar s e \underline{s} , ou seja:

$$\underline{z} = (55, 125, 390)$$

$$\underline{z} = (92, 170, 0)$$

$$\underline{x} = (1654 - 25 + 35)$$

$$\underline{x} = (165234 - \quad \quad \quad)$$

Como \tilde{N} é um espaço discreto, achar \underline{z} e \underline{x} corresponde a resolver um problema de programação linear inteira. Uma alternativa usual não-exata correspondente ao problema relaxado consiste em encontrar o ponto contínuo que minimiza s e \underline{s} e, depois, determinar o ponto discreto (não-dominado) mais próximo a este.

Obtém-se a seguinte amostra selecionando um ponto qualquer sobre o segmento de reta projetado tomando-se os pontos que ficam a $1/3$ e $2/3$ da reta:

$$\underline{z}' = (70, 130, 240)$$

$$\underline{z}' = (82, 185, 150)$$

$$\underline{x}' = (16534 - 25)$$

$$\underline{x}' = (12564 - 35)$$

Passo 6 : Apresenta-se ao decisor as amostras de pontos não-dominados; o procedimento termina se uma solução foi aceita, caso contrario gera-se um novo subconjunto $A \subset \tilde{N}$, e volta-se ao passo 2.

6. Conclusão

O método da contração do cone facilita a pesquisa dos pontos não-dominados de maior interesse quando o espaço de critérios é contínuo, dispensando a pesquisa da totalidade da região não-dominada, com vantagens geralmente consideráveis em termos de tempo e outros recursos.

Quando o espaço de solução é discreto, o cone define uma região que não necessariamente contém soluções discretas. Neste caso, é necessário introduzir-se alguma adaptação para que o cone descreva uma região com pontos discretos. Neste artigo abordou-se o problema encontrando os pontos discretos mais próximos do ponto contínuo definido pelo cone.

Uma primeira análise comparativa entre o uso do método da contração do cone e outros equivalentes, para o projeto multicritério de redes de transportes, indicou que esse método é bastante eficiente, em termos relativos, de modo a justificar-se o desenvolvimento de um

programa com interface gráfica para uso rotineiro na prática do planejamento de transportes. É imperioso, no entanto, que estudos mais extensos sejam conduzidos com vistas a confirmação dessa percepção. Em particular, a próxima etapa da pesquisa da qual o presente artigo é um produto parcial consistirá em desenvolver um algoritmo interativo para a solução do problema.

Do ponto de vista da teoria e da prática do planejamento de transportes, na medida em que jamais se pode ignorar impunemente a multiplicidade de dimensões geradoras de uma ampla gama de critérios que intervêm nas decisões de produção e de consumo dos transportes, é extremamente oportuno que se disponha presentemente de um método sistêmico e, de acordo com os estudos preliminares acima mencionados, computacionalmente eficiente, como o descrito neste artigo.

7. Bibliografia

- Clímaco, J. e Martins, E.: "A Bicriterion Shortest Path Algorithm", *European Journal of Operational Research*, vol. 11, pp. 399-404 (1982).
- Clímaco, J., Antunes, C. e Alves, M.: "Interactive Decision Support for Multiobjective Transportation Problems", *European Journal of Operational Research*, vol. 65, pp. 58-67 (1993).
- Evans, G.W.: "An Overview of Techniques for Solving Multi-objective Mathematical Programs", *Management Science*, vol. 30, pp. 1268-1282 (1984).
- Figlali, A., e Soysal, A.: "A Multiobjective Approach to Transportation Network Design", Istanbul Technical University, Faculty of Management, Industrial Engineering Dept., Turkey (1991).
- Goicochea, A., Hansen, D.R. e Duckstein, L.: *Multiobjective Decision Analysis with Engineering and Business Applications*; New York, John Wiley (1982).
- Gomes, L.F.A.M.: "On Modelling Equilibrium Traffic Flow Assignment with Elastic Demand as a Stochastic Nonlinear Vector Optimization Problem", *Foundations of Control Engineering*, vol. 11, No. 4, pp. 157-166 (1986).
- Gomes, L.F.A.M.: "Equilibrção de uma Rede de Transportes com Demanda Elástica: Alternativas de Abordagem como um Problema de Otimização Vetorial Não-linear e Estocástica", *Revista de Transporte e Tecnologia*, vol. 3, N° 5, pp. 87-93 (1992).
- Jaszewicz, A., e Slowinski, R.: "Cone Contraction Method with Visual Interaction for Multiple-objective Non-Linear Programmes"; *Journal of Multi-criteria Decision Analysis*, Vol. 1, pp. 29-46 (1992).
- Rojas, L.P. e Maculan, N.: "Un Método de Solución para el Problema de Camino Mínimo con Múltiples Objetivos", *Investigación Operativa*, vol 3, No 2-3, Agosto-Diciembre 1993, pp. 191-200 (1993).

- Roy, B., e Boyssous, D.:** *Aide Multicritère à la Décision, Méthodes et Cas*, Gestion, Ed. Economica, Paris (1993).
- Sheffi, Y.:** *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*, Prentice-Hall, Inc., New Jersey (1985).
- Slowinski, R.:** "Interactive Multiobjective Optimization Based on Outranking and Ordinal Regression", *Foundations of Control Engineering*, vol. 14, No. 3, pp 127-134 (1989).
- Steenbrink, P.A.:** *Optimization of transportation networks*, John Wiley, New York (1974).
- Steuer, R.:** *Multiple Criteria Optimization - Theory, Computation and Application*, John Wiley, New York (1986).
- Vanderpooten, D., e Vincke, P.:** "Description and Analysis of Some Representative Interactive Multicriteria Procedures", *Mathematical Computational Modelling*, vol. 12, pp. 1221-1238 (1989).

¹ Professor Titular de Engenharia de Produção da Universidade Federal Fluminense.
Endereço: Rua Passo da Pátria, 156, TPP, UFF, CEP 24210-240, Niterói, RJ.

² Mestre em Ciências pelo Instituto Militar de Engenharia e aluna de Doutorado em Engenharia de Produção da PUC-Rio.