

## **ARTIGO**

# **UMA ABORDAGEM ADAPTATIVA DE BUSCA TABU APLICADA AO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS**

**Vitória Pureza**

Departamento de Engenharia de Produção  
Universidade Federal de São Carlos

**Paulo Morelato França**

Departamento de Engenharia de Sistemas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Universidade Estadual de Campinas

## **RESUMO**

Neste trabalho descrevemos experimentos com a abordagem adaptativa de busca tabu HTA que sistematicamente perturba elementos tabu selecionados. A natureza, grau e duração de cada perturbação é determinada pela análise de padrões descritos pelas trajetórias de busca mais recentes. O objetivo principal desta abordagem é o de alterar os níveis de restritividade de forma a intensificar a busca em regiões promissoras e de provocar diversificação se as possibilidades de melhoria parecem mínimas. Uma implementação tabu inicialmente aplicada ao Problema do Caixeiro Viajante (PCV) foi estendida ao Problema de Roteamento de Veículos (PRV). São analisados tempo computacional e qualidade de solução entre a implementação adaptativa e a implementação sem estes mecanismos. Os testes envolvem 14 problemas da literatura e as implementações foram sujeitas a níveis de restritividade não controlados e impostos por outros elementos tabu. Comparações de desempenho também incluem outros algoritmos de busca tabu competitivos.

## ABSTRACT

This paper describes experiments on the adaptive tabu search HTA approach that systematically perturbs selected tabu elements. The nature, degree and span of each perturbation is determined by the analysis of patterns described by the most recent search trajectories. The main goal of this approach is to alter restrictiveness levels in order to intensify the exploration when the conditions indicate promising regions, and to yield diversification if improvement possibilities seem to be minimal. An adaptive tabu implementation initially applied to the Traveling Salesman Problem (TSP) was extended to the Vehicle Routing Problem (VRP). Our main purpose is to compare time and solution quality for this adaptive implementation and for the same implementation deprived of adaptive mechanisms. Tests for the VRP involve 14 benchmark instances, and our implementations were subjected to varying free-running levels of restrictiveness imposed by other tabu elements. Performance comparisons also include other competitive tabu search algorithms.

## 1. INTRODUÇÃO

A natureza flexível da metodologia tabu (Glover, 1989,1990; Glover e Laguna,1997) permite e estimula a elaboração de técnicas que promovam melhorias adicionais ao desempenho da busca. Algumas dessas técnicas caracterizam-se pela variação sistemática do período e da configuração da lista tabu, sendo, portanto, uma extensão do conceito de listas tabu dinâmicas. A alteração das listas é um mecanismo que provoca a integração das estratégias de intensificação e diversificação. A orientação básica é a de se utilizar tamanhos de listas menores ao se atingir regiões atraentes, próximas a ótimos locais. Reduzindo-se os níveis de restritividade impostos pelas listas, permite-se a exploração detalhada da região. Tamanhos de listas maiores são empregados quando se torna necessário a fuga da vizinhança desses ótimos.

Hübsher e Glover (1992) propõem uma forma elaborada de variação sistemática do período tabu dinâmico e da configuração da lista ao

introduzir o conceito de *moving gaps* em problemas de programação de tarefas em multiprocessadores. A lista tabu consiste de uma parte dinâmica e de uma parte estática: a configuração da parte dinâmica é alterada de tal forma que uma fase de intensificação é seguida de uma fase de diversificação e vice-versa. Seis configurações de lista foram utilizadas e a transição entre uma configuração e a próxima é ativada se nenhuma melhoria for encontrada durante um número especificado de iterações.

Chakrapani e Skorin-Kapov (1993) aplicam um conceito similar ao problema de designação quadrática com a variação dinâmica do tamanho da lista tabu através de oito configurações fixas. Quando uma fase sem melhorias é verificada, o número de atributos tabu-ativos é sistematicamente diminuído, definindo novas configurações de lista. A lista diminui até tornar-se inoperante. O objetivo desta fase é o de permitir um exame mais detalhado da região factível. Um aumento sistemático do tamanho da lista é então iniciado como forma de quebrar a ciclagem e produzir maior diversificação. No fim desta fase, a configuração inicial da lista é restabelecida, resultando em um processo no qual a lista tabu cicla através de diferentes configurações. Note-se que em ambas implementações, a configuração corrente da lista é função da configuração anterior.

A abordagem tabu adaptativa HTA, a ser aqui utilizada, pode também ser considerada uma estratégia que integra fases de diversificação e intensificação. Assim como as abordagens anteriores, baseia-se na variação ou perturbação de valores de elementos tabu selecionados com o propósito de criar níveis de restritividade que promovam intensificação em regiões promissoras e diversificação se possibilidades de melhoria parecem remotas. Diferentemente, porém, a perturbação dos elementos tabu não é ativada por fases sem melhoria, mas depende da análise de *padrões de trajetória de busca* recentemente traçada. A análise é realizada ao longo de todo o processo de busca, após um número relativamente pequeno de iterações. Isso significa que as condições operacionais estão sujeitas a constantes perturbações. A análise determina não apenas a natureza da perturbação (aumento ou diminuição dos níveis de restritividade) mas também o grau e a duração (número de iterações) da

perturbação. Distintamente das abordagens anteriores, o valor da perturbação corrente não é explicitamente dependente do valor de uma perturbação anterior.

Estas idéias foram inicialmente aplicadas ao *Problema do Caixeiro Viajante* (PCV) (Pureza e França, 1996) e, mais recentemente, ao *Problema de Agrupamento Capacitado* (França et al., 1999). Neste artigo são descritos alguns experimentos com o *Problema de Roteamento de Veículos* (PRV). Foi desenvolvida uma implementação tabu adaptativa que sistematicamente perturba a regra de ativação tabu. São reportados resultados computacionais envolvendo 14 problemas clássicos do PRV com tamanhos entre 51 e 199 nós. O principal objetivo destes experimentos é o de verificar se a incorporação do procedimento de perturbação da regra de ativação tabu é capaz de melhorar o desempenho da meta-heurística em relação ao mesmo algoritmo desprovido de mecanismos adaptativos. Também foi analisado o impacto em termos de tempos de processamento, e a efetividade do método em lidar com condições operacionais menos apropriadas e mantidas fora do escopo do controle. Os resultados indicam que para o conjunto de problemas tratados, a implementação proposta é capaz de produzir com menor esforço computacional, soluções de maior qualidade que a versão não adaptativa.

## 2. O PRV E A IMPLEMENTAÇÃO TABU ORIGINAL

O Problema de Roteamento de Veículos (PRV) com limitações de capacidade e tempo máximo de rota consiste na definição de rotas de custo mínimo que se originem e terminem em uma garagem ou depósito. A frota serve a um conjunto de clientes ou nós, cada um caracterizado por sua localização no espaço bidimensional, demanda e tempo de serviço. A demanda de cada cliente precisa ser satisfeita por exatamente um veículo. A demanda total dos clientes alocados a um dado veículo não pode exceder a capacidade do mesmo. O tempo total de rota não pode exceder um dado limitante pré-especificado e inclui tempos de viagem entre clientes e tempos de serviço em cada cliente.

A abordagem adaptativa HTA foi aplicada a uma implementação tabu baseada no algoritmo de Pureza e França (1991), originalmente elaborado para problemas de roteamento de veículos com janelas de tempo. Por ser uma das primeiras implementações de busca tabu para o PRV, apenas os elementos mais simples da metodologia tabu foram incorporados.

O algoritmo utiliza a heurística de construção de rotas proposta por Solomon *et al.* (1987) para geração da solução inicial. Após a semente da primeira rota ter sido escolhida, a melhor posição factível para cada cliente não roteado é calculada de acordo com um critério que favorece a economia em distância, tempo ou uma combinação de ambos. Outro critério, baseado no primeiro, seleciona o cliente a ser inserido. Sempre que a inserção de um novo cliente provocar infactibilidade da rota atual, uma nova rota passa a ser construída com a escolha de uma nova semente. O procedimento é repetido até que todos os clientes tenham sido roteados.

A heurística de melhoria de rotas é baseada no método de Dror e Levy (1986), elaborado para roteamento de estoque. Esta heurística utiliza *trocas de nós* ao invés de trocas de arestas, generalizando as técnicas de melhoria r-opt limitadas a sistemas de uma única rota. A heurística realiza operações de *inserção de um único nó* da rota corrente a uma rota alternativa e de *troca simples entre dois nós* que pertençam a rotas distintas. Estas operações são aqui chamadas de movimentos *inter-rotas*. A seleção do movimento é guiada pelo critério da máxima redução da distância total.

A partir da solução inicial são aplicados movimentos inter-rotas até que as possibilidades de melhoria sejam exauridas. Antes de iniciar movimentos de não melhoria, a heurística de troca de arestas 2-opt (Croes, 1958) é aplicada em cada rota. Estas operações são chamadas de movimentos *intra-rotas*. Apenas trocas 2-opt de melhoria são realizadas. A aplicação destes movimentos pode ser vista como um refinamento do roteamento após a aplicação de operações de inserção e troca de nós, mostrando-se bastante efetiva.

As arestas adicionadas e eliminadas são os atributos dos movimentos intra-rota e inter-rotas, uma vez que estes últimos podem ser reduzidos a procedimentos de adição e eliminação de arestas. Quando o algoritmo foi elaborado, períodos tabu dinâmicos ainda não tinham sido considerados. Foram utilizadas 2 listas tabu fixas. As arestas que pertencem às listas são consideradas *tabu-ativas* por um número de iterações correspondente ao tamanho da lista tabu. O status dos movimentos é definido por um parâmetro  $T$  que determina o número máximo tolerável de arestas tabu-ativas. Além deste valor, o movimento é considerado tabu.

Os experimentos consideraram 3 tamanhos de lista tabu (20, 30 e 40). O parâmetro  $T$  assumiu os valores 2, 3 e 4, considerados os mais efetivos em testes preliminares. Como critério de parada, usou-se 500 ou 600 movimentos de trocas de nós a partir do primeiro ótimo local. Finalmente, foi incluído um critério de aspiração que permite movimentos tabu que resultem em soluções melhores do que a melhor até o momento.

Antes de aplicar a abordagem adaptativa, o algoritmo original foi modificado de forma a incorporar melhorias metodológicas mínimas. Como critério de parada, utilizou-se número de iterações sem melhoria. Foram adotados períodos tabu dinâmicos; arestas tabu-ativas mantêm este status durante um número  $t$  de iterações, número este gerado aleatoriamente em um intervalo pré-especificado  $[t_{\min}, t_{\max}]$ .

### 3. A ABORDAGEM ADAPTATIVA HTA

A regra de ativação tabu e o período tabu definem o nível de restritividade imposto à busca. Níveis de restritividade têm um grande impacto no desempenho da meta-heurística, o qual é refletido no padrão geral das *trajetórias de busca* (a curva função objetivo vs. iteração). A abordagem foi elaborada para identificar e reagir a três padrões de trajetória que parecem especialmente relevantes para o desempenho da meta-heurística – *estagnação da busca*, *trajetórias ascendentes* e *trajetórias descendentes*.

A estagnação da busca é geralmente o resultado de restrições tabu fracas ou de curta duração. As trajetórias são caracterizadas pela geração de custos de solução em uma faixa relativamente estreita. O processo de busca experimenta grande dificuldade em encontrar melhores soluções e parece preso a uma região muito limitada. Como a estagnação é uma condição adversa para a efetividade de qualquer processo de busca, a abordagem adaptativa responde a este padrão com o aumento dos níveis de restritividade. Os atributos de movimento recentemente utilizados mantêm o status tabu mais rigorosamente que previamente especificado, resultando na seleção de movimentos menos atraentes e conseqüente diversificação da busca.

A trajetória ascendente é caracterizada pelo aumento dos custos de solução. Deve-se, em geral, a restrições severas ou de longa duração. No contexto adaptativo, é geralmente o resultado da aplicação de diversificação após uma fase de estagnação. A abordagem responde a trajetórias ascendentes com a relaxação das restrições tabu, a qual pode assumir diferentes graus dependendo da severidade dos níveis de restritividade alcançados. O objetivo desta fase é o de permitir que novas regiões promissoras do espaço de busca sejam atingidas. É também a fase mais crítica já que as restrições devem ser suficientemente vigorosas para impedir o retorno ao vale de onde a busca emergiu e, ao mesmo tempo, permitir o aproveitamento das possibilidades de melhoria que a nova região venha a apresentar.

O terceiro e último padrão considerado corresponde a seqüências de soluções que resultam em uma trajetória descendente, caracterizadas, portanto, pela diminuição dos custos de solução. A abordagem adaptativa estabelece níveis de restritividade moderados de forma a permitir uma exploração mais detalhada da região em busca de melhorias adicionais. Trajetórias descendentes podem resultar da relaxação de restrições tabu.

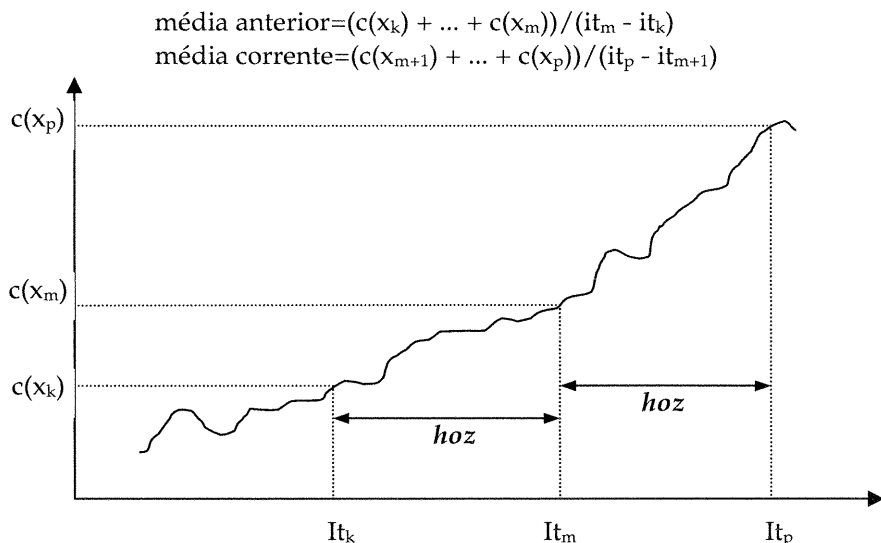
A identificação dos padrões de trajetória é feita através da análise comparativa entre as médias dos custos de solução (função objetivo) observados nos últimos dois estágios de busca. As médias destes dois conjuntos de custos são chamadas de *média anterior* e *média*

*corrente*. Por exemplo, se os valores das médias são aproximadamente iguais, conclui-se que está ocorrendo estagnação. Se a média corrente é maior que a anterior, a busca está descrevendo uma trajetória ascendente. Se a média corrente é menor que a anterior, a busca está descrevendo uma trajetória descendente.

O uso da função objetivo para detecção de padrões implicitamente admite que a estrutura do espaço de soluções exibe uma alta correlação entre os valores da função objetivo entre pares de soluções  $x$  e  $y$  e a distância  $d_p[x,y]$ , por sua vez definida como o número mínimo de operações do tipo  $p$  para se obter  $y$  a partir de  $x$  (Charleston, 1995). Como cada análise individual se restringe a segmentos relativamente pequenos da trajetória de busca, uma alta correlação para  $d_p[x,y] \leq k$  ( $k$  relativamente pequeno) é suficiente. Apesar de nenhuma prova formal desta hipótese ser apresentada, observa-se que altos níveis de restritividade (custos de solução crescentes) tendem a produzir soluções consecutivas distantes uma das outras já que a escolha de arestas para adição e eliminação está restrita a conjuntos envolvidos em movimentos realizados a pelo menos um número  $it$  (grande) de iterações anteriores. O mesmo raciocínio pode ser aplicado a níveis baixos de restritividade (custos de solução similares) - dada a natureza agressiva da Busca Tabu, soluções consecutivas compartilham várias arestas. Neste trabalho foram utilizadas médias simples apesar de medidas mais elaboradas como médias rolantes pudessem também ter sido utilizadas (veja Seção 6).

Como o uso destas estatísticas simples para inferir padrões de trajetória apresenta limitações, a escolha apropriada do comprimento do estágio de busca é crucial para evitar interpretações equivocadas. O comprimento do estágio de busca é chamado de *horizonte de avaliação* e define o período durante o qual a perturbação deve ser aplicada e o número de iterações e os custos de solução associados a serem utilizados na próxima avaliação. Horizontes de avaliação são obtidos gerando-se aleatoriamente um número inteiro e positivo ( $hoz$ ) em uma faixa  $[h_{min}, h_{max}]$ . A Figura 1 ilustra o processo de identificação de trajetórias. Considere que  $c(x_i)$  é o custo da solução calculado na iteração  $it_i$ .





**Figura 1:** Identifica\u00e7\u00e3o de trajet\u00f3rias

Neste trabalho foram exploradas altera\u00e7\u00f5es din\u00e2micas no par\u00e2metro  $T$ . Tais perturba\u00e7\u00f5es s\u00e3o realizadas em intervalos pr\u00e9-determinados, de forma que a itera\u00e7\u00e3o da pr\u00f3xima avalia\u00e7\u00e3o \u00e9 conhecida previamente. Em geral, a itera\u00e7\u00e3o da pr\u00f3xima avalia\u00e7\u00e3o \u00e9 calculada adicionando-se a parte inteira de  $m \cdot \text{hoz}$  \u00e0 itera\u00e7\u00e3o corrente ( $m \geq 0$ ). O par\u00e2metro  $m$  \u00e9 um fator de ajuste do per\u00edodo de aplica\u00e7\u00e3o a cada tipo de perturba\u00e7\u00e3o. Perturba\u00e7\u00f5es que envolvem a aplica\u00e7\u00e3o de altos n\u00edveis de restritividade ( $T=0$ ) requerem pequenos valores de  $m$ , geralmente menores que 0, de forma a limitar o aumento nos custos. Trajet\u00f3rias descendentes, por outro lado, sugerem valores de  $m$  maiores que 1 como forma de explorar ao m\u00e1ximo as possibilidades de melhoria da regi\u00e3o. Utilizou-se tamb\u00e9m um crit\u00e9rio de aspira\u00e7\u00e3o que mant\u00e9m a busca operando em um valor de  $T$  padr\u00e3o (independente das caracter\u00edsticas das trajet\u00f3rias), caso ocorra a atualiza\u00e7\u00e3o da melhor solu\u00e7\u00e3o no \u00faltimo est\u00e1gio da busca. Neste caso,  $m$  \u00e9 maior que 1.

O algoritmo realiza 3 tipos diferentes de movimentos (inser\u00e7\u00e3o de n\u00f3s, troca de n\u00f3s e troca de arestas intra-rota 2-opt) e, para cada tipo,

$T$  pode assumir diferentes valores dependendo do número de arestas afetadas. Para inserção de nós, estes valores estão entre 0 e 6; para troca de nós, entre 0 e 8, e para troca de arestas, entre 0 e 4. Por esta razão,  $T$  foi substituído por 3 parâmetros que definem o número máximo tolerável de arestas tabu-ativas em cada tipo de movimento:  $TI$  (movimentos de inserção),  $TT$  (movimentos de troca) e  $TO$  (movimentos intra-rota). Quando alguma perturbação é realizada, os valores dos 2 primeiros parâmetros são modificados simultaneamente.  $TO$  é mantido fixo e igual a 4 dado que apenas movimentos intra-rota de melhoria são permitidos (a ocorrência de ciclagem não é possível). Como na implementação original, o status do movimento candidato depende do valor de  $T$  associado. Quanto ao critério de aspiração, experimentos preliminares indicaram que  $TT=6$  e  $TI=5$  resultam em maiores ganhos na qualidade das soluções quando aplicados em regiões promissoras (por exemplo, quando a melhor solução é atualizada).

#### 4. PASSOS DO ALGORITMO

1. (Inicialização) Seja  $it$  a iteração corrente. Faça  $it=0$ . A partir da solução inicial, faça  $TT=TI=3$  e  $TO=4$  e proceda com a busca até que o primeiro ótimo local seja atingido, armazenando os custos das soluções geradas em uma lista  $C$ .
2. Faça  $média\_anterior$  igual à média dos custos armazenados e reinicialize  $C$ . Gere aleatoriamente um valor de  $hoz$  na faixa adotada e continue a busca nas mesmas condições por  $hoz$  iterações. A próxima avaliação  $prox\_aval$  ocorrerá na iteração  $it + hoz$ . Neste meio tempo, armazene os custos em  $C$ . Quando  $it=prox\_aval$ , faça  $média\_corrente$  igual à média dos custos em  $C$  e reinicialize  $C$ . Gere um novo  $hoz$ .
3. Se o critério de parada tiver sido satisfeito, páre e retorne a melhor solução. Caso contrário:
  - 3.1 Se houve atualização da melhor solução, faça  $TT=6$  e  $TI=5$  por  $2*hoz$  iterações ( $prox\_aval=it + 2*hoz$ ). Armazene os custos em  $C$ .

- 3.2 Caso contrário, calcule  $diff=(m\u00e9dia\_anterior - m\u00e9dia\_corrente)/m\u00e9dia\_corrente$ .
- 3.2.1 Se  $|diff| \leq 0,0025$  ent\u00e3o estagna\u00e7\u00e3o \u00e9 o padr\u00e3o corrente. Aplique restritividade m\u00e1xima ( $TT=TI=0$ ) e mantenha a busca por  $hoz/2$  itera\u00e7\u00f5es ( $prox\_aval=it + hoz/2$ ). Armazene os custos em C.
- 3.2.2 Caso contr\u00e1rio, se  $diff < 0$  ent\u00e3o trajet\u00f3ria ascendente \u00e9 o padr\u00e3o corrente. Neste caso, altere os n\u00edveis de restritividade segundo uma fun\u00e7\u00e3o do valor de  $diff$ , de acordo com a Tabela 1. Mantenha a busca por  $2*hoz$  itera\u00e7\u00f5es ( $prox\_aval=it + 2*hoz$ ). Armazene os custos em C.
- 3.2.3 Caso contr\u00e1rio, se  $diff > 0$  ent\u00e3o trajet\u00f3ria descendente \u00e9 o padr\u00e3o corrente. Se  $TT=7$  e  $TI=6$ , fa\u00e7a  $TT=6$  e  $TI=5$  de forma a aumentar a restritividade por  $2*hoz$  itera\u00e7\u00f5es ( $prox\_aval=it+ 2*hoz$ ). Caso contr\u00e1rio, mantenha a busca por  $hoz$  itera\u00e7\u00f5es ( $prox\_aval=it+ hoz$ ). Armazene os custos em C.
- 3.3 Quando  $it=prox\_aval$ , fa\u00e7a  $m\u00e9dia\_anterior=m\u00e9dia\_corrente$  e  $m\u00e9dia\_corrente$  igual \u00e0 m\u00e9dia dos custos armazenados em C. Reinicialize C. Gere novo  $hoz$  e retorne ao passo 3.

A Tabela 1 apresenta os valores de  $TT$  e  $TI$  para faixas espec\u00edficas de valores de  $diff$ . Quanto menores os valores de  $diff$ , maiores os n\u00edveis de restritividade. De acordo com os conceitos adaptativos, tais n\u00edveis precisam ser diminu\u00eddos (impondo-se altos valores de  $TT$  e  $TI$ ). Experimentos preliminares indicaram que as chances de se retornar ao vale anterior s\u00e3o muito pequenas mesmo quando se adota n\u00edveis de restritividade muito pequenos ( $TT=7$  e  $TI=6$ ). Isso provavelmente se deve aos diferentes tipos de movimento que competem pela sele\u00e7\u00e3o. \u00c9 poss\u00edvel que esta estrat\u00e9gia funcione como um elemento diversificante no sentido de que ao visitar a mesma solu\u00e7\u00e3o exista uma probabilidade razo\u00e1vel de sele\u00e7\u00e3o de um caminho de busca

diferente. O procedimento 2-opt aplicado após cada ótimo local complementa este efeito.

**Tabela 1:** Valores de *TT* e *TI* para trajetórias ascendentes

Faixa de <i>diff</i>	<i>TT</i>	<i>TI</i>
$(-\infty, -0,03)$	7	6
$(-0,03, -0,025)$	6	5
$(-0,025, -0,02)$	5	4
$(-0,02, -0,015)$	4	3
$(-0,015, -0,005)$	3	3
$(-0,005, -0,0025)$	2	2

Conforme os valores de *diff* aumentam, os níveis de restritividade são aumentados de forma a impedir o retorno ao vale de onde a busca emergiu e, simultaneamente, explorar as possibilidades da região corrente. A partir de um certo ponto, valores maiores de *diff* indicam que a busca está muito próxima ou ainda explorando a mesma região. Impondo-se maior restritividade (valores pequenos de *TT* e *TI*), força-se a busca a novas regiões. Deve-se enfatizar que se trabalha com valores de *TT* e *TI* hipotéticos que não devem ser excedidos de forma a impedir um aumento muito grande nos custos de solução, mas que precisam ser suficientemente grandes para resultar em diversificação. Os valores (válidos) 1 e 8 de *TT* não foram considerados em trajetórias ascendentes porque os níveis de restritvidades associados foram satisfatoriamente atingidos por valores adjacentes.

Nos experimentos com o PCV foram realizados vários testes para definir valores de parâmetros e as condições que caracterizam padrões de trajetória. A maioria destes valores foi utilizada neste trabalho. A condição para estagnação (passo 3.2.1) foi definida da seguinte forma. Considere  $\varepsilon$ -platôs onde  $K \leq c(x) \leq K + \varepsilon$  para todo  $x$  no conjunto e  $\varepsilon$  um número pequeno e positivo. A condição de estagnação é de fato utilizada para identificar "passeios" (*walks*) em  $\varepsilon$ -platôs que também contêm bases de atração. Isso significa que não se espera encontrar nenhuma solução com custo menor que  $K$  no

conjunto. Para um número de problemas teste, foram adotados valores de  $T$  de média restritividade e testados períodos tabu em ordem decrescente. Para cada período, valores de  $diff$  foram computados em estágios de busca imediatamente subsequentes à obtenção do primeiro ótimo local. Como condição de estagnação, foi escolhido maior valor de  $diff$  para o qual nenhuma melhoria foi obtida dentro de um número razoavelmente grande de iterações.

## 5. EXPERIMENTOS COMPUTACIONAIS

### 5.1. Dados e Experimentos Computacionais

Os experimentos envolveram 14 problemas clássicos do PRV (Christofides *et. al.*, 1979), com tamanhos entre 51 e 199 nós. Estes problemas têm características específicas com respeito à distribuição dos nós (agrupada ou uniforme), capacidade dos veículos e tempo máximo de rota. Alguns deles incluem tempos de serviço. Foi utilizada a métrica euclidiana para calcular as distâncias entre cada par de nós.

Os experimentos (executados em estações Sun Ultra1) consistiram de execuções a partir de 4 soluções de partida, 7 faixas de períodos tabu e 4 horizontes de avaliação. As soluções de partida foram definidas por alguns dos valores sugeridos para os parâmetros da heurística de Solomon. Como critério de parada, adotou-se 4000 iterações sem melhoria. Para alguns problemas foram testadas variações do algoritmo que basicamente consistem em alterações do valor do parâmetro  $m$  e que resultaram em um número diferente de iterações nos passos 3.1, 3.2.2 ou 3.2.3.

Todas as faixas de período tabu têm comprimento 10. Para problemas até 100 nós, utilizou-se  $[t_{min}, t_{max}] = [0, 10]$  como a faixa de período tabu menos restritiva e  $[t_{min}, t_{max}] = [20, 30]$  como a mais restritiva. Para problemas maiores tais valores foram respectivamente  $[10, 20]$  e  $[30, 40]$ . Observou-se que pequenos períodos tabu são eficientes na geração de boas soluções, mesmo em problemas de maior porte. Faixas de período tabu além de  $[30, 40]$  provocaram degradação do desempenho do algoritmo,

contrariamente ao que foi obtido nos experimentos com o PCV. É possível que o desempenho desfavorável decorrente do uso de períodos tabu maiores se deva ao menor número de caminhos de busca factíveis que resultam das restrições do PRV.

Os horizontes de avaliação foram determinados a partir dos resultados do algoritmo adaptativo para o PCV. As mesmas faixas sugeridas para problemas de tamanho  $n$  foram utilizadas no PRV. Considerando que são problemas distintos, foram incluídas faixas de horizonte adjacentes.

Os resultados da implementação adaptativa (PF+HTA) foram comparados aos resultados obtidos por outros 5 algoritmos. O algoritmo original (PF) foi modificado de forma a incluir períodos tabu dinâmicos. Foi utilizado o mesmo critério de parada e as execuções foram realizadas a partir das mesmas soluções de partida e períodos tabu usados na versão adaptativa. Os experimentos foram repetidos para valores de  $T$  iguais a 2, 3, 4 e 5. O principal objetivo destes testes é o de observar se a abordagem proposta é capaz de adaptar a busca a níveis de restritividade impostos pelas faixas de período tabu.

Quatro outros algoritmos foram selecionados devido ao seu desempenho em termos de qualidade de solução: o algoritmo de Taillard(1993), o algoritmo de Osman (1993), TABUROUTE (Gendreau *et. al*,1994) e DETABA (Barbarosoglu *et. al*, 1999). Todos são implementações tabu e resultaram nos melhores resultados para este conjunto de problemas.

## 5.2. Comparação da Qualidade da Solução - 5 Algoritmos

A Tabela 2 apresenta os resultados computacionais para os 14 problemas considerados. Tomando como referência as melhores soluções até então reportadas, resultados equivalentes foram obtidos por PF+HTA em 7 problemas. Para os problemas p8 e p9 (100 e 150 nós), PF+HTA encontrou uma solução melhor que a melhor solução dos 4 algoritmos. Em média, PF+HTA apresentou um desvio percentual dos custos das melhores soluções de 0,25%. Se

considerarmos apenas os resultados apresentados pela versão padrão de PF + HTA, obteve-se um desvio percentual médio de 0,35%.

**Tabela 2: Resultados**

#	Algoritmos										
	TAILLARD	OSMAN		TABUROUTE		DETABA	PF		PF+HTA		
p1	524,61†	524,61†	0,6	524,61†	1,4	524,61†	-	524,63	0,4	524,61†	0,15
p2	835,26†	844	0,4	835,32	-	836,71	-	837,94	1,6	835,26†	0,8
p3	826,14†	835	6,7	826,14†	-	828,72	-	827,88	57,7	826,64	0,7
p4	1028,42†	1044,35	22,9	1031,07	-	1043,89	-	1042,29	64,3	1032,53	51,5
p5	1298,79†	1334,35	28,4	1311,35	-	1306,16	-	1340,98	26,1	1327,98	26,6
p6	555,43†	555,43†	1,1	555,43†	7,8	-	-	556,68	2,6	555,43†	1,5
p7	909,68†	911	27,6	909,68†	-	-	-	920,30	0,25	909,68†	5,7
p8	865,94	866,75	13,7	865,94	5,9	-	-	865,51	7,4	865,51†	1,9
p9	1162,89	1184	14,9	1162,89	-	-	-	1168,65	58,1	1161,93†	82,7
p10	1397,94†	1422	28,8	1404,75	-	-	-	1419,07	192	1407,63	145,2
p11	1042,11†	1042,11†	13,4	1042,11†	-	1051,18	-	1044,30	17,4	1042,11†	1,8
p12	819,56†	819,56†	2,1	819,56†	1,7	819,56†	-	819,56	1,2	819,56†	0,8
p13	1541,15†	1547	10,2	1545,93	-	-	-	1547,01	61,3	1542,97	47
p14	866,37†	866,37†	6,9	866,37†	29,7	-	-	866,37†	0,25	866,37†	0,2
AV	0,01	0,76		0,15		0,49*		0,66		0,25	

† : melhor solução

\* : para 7 problemas

1a coluna : custo da melhor solução

2a coluna : tempo de CPU p/ melhor solução (min.)

AV : desvio percentual médio das melhores soluções

encontradas pelos 5 algoritmos

Computadores:

TAILLARD: Silicon Graphics 4D/35

OSMAN: VAX 8600

TABUROUTE: Silicon Graphics, 36MHz, 5.7 Mflops

DETABA: Pentium 133 MHz - 32MB Ram

PF e PF + HTA: Sun Ultra 1 workstation.

É interessante comparar o desempenho dos algoritmos OSMAN e PF já que ambos usam recursos básicos similares: 3 tipos de movimentos (inserção de nós, troca de nós e troca de arestas) e períodos tabu dinâmicos. Dado que PF+HTA é superior a PF, comparações entre OSMAN e PF+HTA poderiam tornar mais claro o papel da abordagem adaptativa. Por outro lado, os algoritmos TAILLARD and TABUROUTE usam estratégias mais sofisticadas tais como paralelização e busca em regiões ineficazes.

### 5.3. Sensibilidade aos Períodos Tabu

A fim de avaliar a sensibilidade de PF+HTA às faixas de período tabu, foram calculados os custos mínimos, médios e máximos nas execuções obtidas com o horizonte de avaliação e solução de partida

que resultaram na melhor solução (versão padrão do algoritmo). Os mesmos cálculos foram feitos para PF, desta vez utilizando as execuções com o valor de  $T$  e solução de partida que geraram a melhor solução. A Figura 2 ilustra estes resultados, onde as marcas em cada linha indicam a tripla de custos. Em geral, os custos obtidos por PF+HTA são inferiores aos de PF o que sugere sua maior adaptabilidade aos períodos tabu considerados.

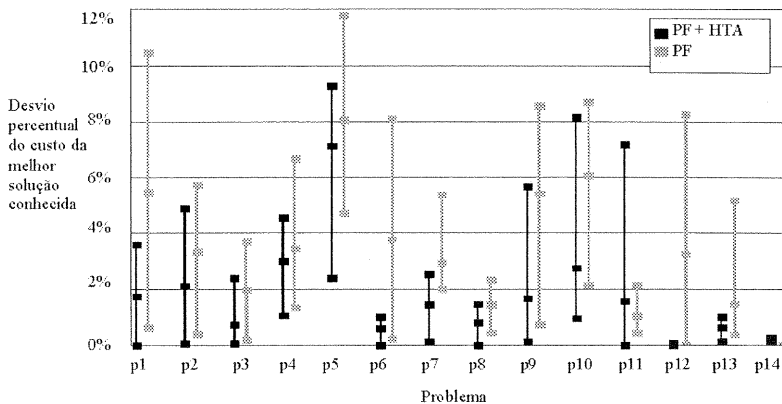


Figura 2.: Sensibilidade ao Período Tabu

#### 5.4. Tempos de Processamento - PF e PF+HTA

Como PF+HTA claramente supera PF com relação à qualidade da solução, deve-se observar como o tempo de processamento é afetado pela inclusão dos mecanismos adaptativos. A análise do esforço computacional requerido pelos dois algoritmos considerou duas medidas: o tempo para atingir a melhor solução e o tempo total de execução. Os cálculos realizados abrangem apenas a execução que resultou na melhor solução encontrada pelos algoritmos.

Em problemas até 120 nós, o esforço computacional requerido por PF+HTA tanto para obtenção da melhor solução como para finalização da busca é substancialmente menor do que o verificado em PF. A introdução dos mecanismos adaptativos provocou uma redução destes tempos de 60 e 40% respectivamente. Para problemas de 150 e 199 nós, as reduções diminuem (10% para as



duas medidas), mantendo-se, porém, positivas. Tempos mais curtos de obtenção da melhor solução levam à conclusão de que PF+HTA é mais efetivo nas explorações do espaço de busca. Tempos mais curtos para finalização do processo sugerem, por sua vez, que ao longo das 4000 iterações sem melhoria subseqüentes (critério de parada), fases onde se aplica maior restritividade (mais demoradas) parecem ser compensadas por fases menos restritivas (mais rápidas). Note que o algoritmo não adaptativo PF trabalha com um único nível de restritividade ( $T$ ) ao longo de todo o processo, e que as melhores soluções foram geralmente obtidas adotando-se  $T=3$  ou  $T=4$ . A Tabela 3 apresenta as razões entre os tempos médios de processamento exibidos pelos dois algoritmos.

**Tabela 3:** Tempo médio (PF + HTA) / Tempo médio (PF)

n	Melhor solução obtida	Total
$n \leq 120$	0,40	0,57
$> 120$	0,90	0,90
todos	0,75	0,77

## 6. CONCLUSÕES E DISCUSSÃO

Neste artigo apresentamos alguns experimentos resultantes da aplicação da abordagem tabu adaptativa HTA a 14 problemas clássicos do Problema de Roteamento de Veículos. A abordagem HTA é caracterizada pela perturbação sistemática da regra de ativação tabu e baseada na análise de trajetórias de busca recentemente descritas. A implementação teve como base o algoritmo de Pureza e França (1991) e absorveu a estrutura das rotinas elaboradas em experimentos anteriores com o Problema do Caixeiro Viajante.

O procedimento adaptativo é bastante simples, não requerendo mais do que uma estrutura de lista relativamente pequena para armazenar os custos de solução e duas subrotinas adicionais. Não obstante, os resultados dos experimentos indicam que o algoritmo adaptativo foi capaz de produzir ganhos tanto em qualidade de solução como em

tempos de processamento em relação à versão não adaptativa. O papel da estratégia HTA é também evidente se considerada a simplicidade de recursos do algoritmo frente às heurísticas que o superam.

Deve ser observado que o propósito deste trabalho é o de apresentar os benefícios relativos de utilização desta abordagem em uma implementação relativamente modesta ao invés de propor um algoritmo elaborado. Por esta razão, é importante aplicar estes conceitos a implementações mais sofisticadas, como as que empregam vizinhanças de busca mais poderosas e estratégias de exame de partes de vizinhanças. Acredita-se que uma maior efetividade seja alcançada. Como esta abordagem não se destina a um problema específico tal como o PRV, sua eficiência deve ser testada em um número maior de problemas. Uma idéia interessante é o de aplicá-la a problemas ainda mais restritos, onde seja difícil a obtenção de caminhos factíveis que resultem em soluções de alta qualidade.

Os próximos passos desta pesquisa envolvem o desenvolvimento de uma implementação adaptativa (HTSA) onde o aumento da restritividade é feito de forma gradual, alternada com fases de restritividade moderada. Esta estratégia parece ser mais adequada para lidar com a natureza restritiva do PRV e usa alguns conceitos similares a *moving gaps* (Hübscher e Glover, 1992). Em HTSA, a estagnação é uma condição esperada, detectada através de médias móveis enquanto as outras duas fases (estabilização e diversificação) ainda são aplicadas por um número pré-determinado de iterações. HTSA pode ser considerado um passo para o desenvolvimento de uma abordagem adaptativa onde parâmetros exógenos tais como horizontes de avaliação são substituídos por uma avaliação dinâmica de padrões de trajetória. Neste caso, a informação provida define a duração da aplicação da perturbação de uma forma não arbitrária, teoricamente resultando em uma capacidade maior de adaptação a um processo de busca particular.

## AGRADECIMENTOS

Esta pesquisa teve apoio da FAPESP e do CNPq.

**REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- Barbarosoglu G. e D. Ozgur (1999) A Tabu Search Algorithm for the Vehicle Routing Problem. *Computers and Operations Research* 26, p. 255-270.
- Chakrapani, J. e J. Skorin-Kapov (1993) Massively parallel tabu search for the quadratic assignment problem. *Annals of Operations Research* 41, p. 327-341.
- Charleston, M. A. (1995) Toward a Characterization of Landscapes of Combinatorial Optimization Problems, with Special Attention to the Phylogeny Problem. *Journal of Computational Biology* v. 2, n. 3, p. 439-450.
- Christofides, N.; A. Mingozzi e P. Toth (1979) The Vehicle Routing Problem. In: Christofides N., Mingozzi A., Toth P. and Sandi C. (eds.) *Combinatorial Optimization*, Wiley, Chichester.
- Dror M. e L. Levy (1986) A Vehicle Routing Improvement Algorithm Comparison of a Greedy and a Matching Implementation for Inventory Routing. *Computers and Operations Research* v. 13, n. 1, p. 33-45.
- França, P. M.; N. M. Sosa e V. Pureza (1999) An Adaptive Tabu Search Algorithm for the Capacitated Clustering Problem. *International Transactions in Operational Research* 6, p. 665-678.
- Gendreau M, A. Hertz e G. Laporte (1994) A Tabu Search Heuristic for the Vehicle Routing Problem. *Management Science* v. 40, n. 10, p. 1276-1290.
- Croes, A. (1958) A Method for Solving Traveling-Salesman Problems. *Operations Research* v. 5, p. 791-812.
- Glover, F. (1989) Tabu Search, Part I, *Orsa Journal on Computing* v. 1, p. 190-206.
- Glover, F. (1989) Tabu Search, Part II, *Orsa Journal on Computing* v. 2, p. 4-32.
- Glover, F. e M. Laguna (1997) *Tabu Search*. Kluwer Academic Publishers, Massachussetts.
- Hübscher, R. e F. Glover (1992) Applying Tabu Search with Influential Diversification to Multiprocessor Scheduling. Personal Communication.

- Osman, I. H (1993) Metastrategy Simulated Annealing and Tabu Search Algorithms for the Vehicle Routing Problem. *Annals of Operations Research* 41.
- Pureza, V. e P. M. França (1996) An Adaptive Tabu Metaheuristic Approach based on the Topology of the Solution Space. *II ALIO/EURO Workshop on Practical Combinatorial Optimization*, Valparaiso, Chile, p. 233-249.
- Pureza, V. e P. M. França (1991) Vehicle Routing Problems via Tabu Search Metaheuristic. Centre de Recherche sur les Transports, Université de Montréal, cahier CRT 747.
- Solomon, M. (1987) Algorithms for the Vehicle Routing and Scheduling Problems with Time Window Constraints. *Operations Research* v. 35, n. 2, p. 254-265.
- Taillard, E. (1993) Parallel Iterative Search Methods for Vehicle Routing Problems. *Networks* v.23, n. 8.

**Endereço dos autores:**

Vitória Pureza  
Departamento de Engenharia de Produção  
Universidade Federal de São Carlos  
E-mail: vpureza@power.ufscar.br

Paulo Morelato França  
Departamento de Engenharia de Sistemas  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Universidade Estadual de Campinas