

ARTIGO

HEURÍSTICAS PARA O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO E ROTEIRIZAÇÃO DE UMA FROTA HETEROGÊNEA UTILIZANDO O ALGORITMO *OUT-OF-KILTER*

Roberto Gomes Teixeira

Claudio Barbieri da Cunha

Departamento de Engenharia de Transportes
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo

RESUMO

Dado um conjunto de pontos de demanda e um conjunto de tipos de veículos, o Problema de Dimensionamento e Roteirização de uma Frota Heterogênea refere-se ao problema de compor e roteirizar uma frota de veículos, levando em consideração os custos fixos e variáveis, bem como restrições de capacidade, de tal forma que os custos de distribuição sejam minimizados. As heurísticas propostas baseiam-se em combinações de rotas obtidas a partir da solução de sucessivos problemas de designação. No presente trabalho, o problema de designação foi modelado como um Problema de Circulação com Custo Mínimo e solucionado através do algoritmo *Out-of-Kilter*. As heurísticas implementadas foram analisadas e comparadas para diferentes instâncias de problemas.

ABSTRACT

Given a set of demand points and an heterogeneous fleet of vehicles, the Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem refers to the problem of composing and routing a fleet of vehicles, considering fixed and variable costs, as well as capacity constraints, aiming to minimize the distribution costs. The proposed heuristics are based on combinations of routes obtained from the solution of successive assignment problems. In the present work the assignment problem

was modeled as a Minimum Cost Circulation Problem and solved through the *Out-of-Kilter* algorithm. The heuristics were analyzed and compared for several instances of problems.

1. INTRODUÇÃO

A roteirização de veículos é, conforme apontou Assad (1988), uma das histórias de grande sucesso da Pesquisa Operacional nas últimas décadas. De acordo com Cunha (2000), esse interesse, que dura mais de 30 anos, decorre da combinação de dois fatores: a importância cada vez maior, no contexto logístico, dos problemas de roteirização e a sua complexidade matemática (problema combinatório, do tipo NP-difícil), o que torna impossível a obtenção de soluções ótimas para instâncias encontradas no mundo real, trazendo o desafio da busca de novas heurísticas mais eficientes.

De acordo com Cunha (2000), esses dois fatores explicam o contínuo interesse em busca de novas estratégias de solução que vem sendo observado desde a década de 60, resultando em um número muito expressivo de artigos publicados na literatura especializada. Como as estratégias de solução que permitem resolver problemas reais são heurísticas, apóiam-se em abordagens intuitivas, na qual a estrutura particular do problema possa ser considerada e explorada de forma inteligente, para a obtenção de uma solução adequada (Cunha, 1997).

Estratégias de solução heurísticas são, por natureza, bastante específicas e, em geral, carecem de robustez, isto é, não conseguem produzir boas soluções para problemas com características, condicionantes ou restrições às vezes um pouco diferentes daquelas para as quais foram desenvolvidas. Em outras palavras, roteirização de veículos é uma área onde uma solução para um determinado tipo de problema, seus dados e condicionantes, pode não ser adequada para outro problema similar, conforme apontado por Hall e Partyka (1997).

Segundo Cunha (2000), mais recentemente, em particular na última década, o esforço de pesquisa vem sendo direcionado à investigação das aplicações das chamadas metaheurísticas. Segundo Pirlot (1996), numa excelente introdução às metaheurísticas, entre as quais

Algoritmos Genéticos, Busca Tabu e “*Simulated Annealing*”, as mesmas compreendem não algoritmos e procedimentos específicos para a resolução de tipos ou classes de problemas, mas sim estratégias gerais de busca local, ou seja, heurísticas gerais, daí o termo metaheurísticas. Segundo Souza (1993), suas características são diferentes dos métodos heurísticos tradicionais: a idéia básica é explorar de maneira mais inteligente as regiões mais promissoras do espaço de soluções. Já Taillard *et al.* (2001) propõem o termo “programação com memória adaptativa” (do inglês “*adaptive memory programming*”), baseado no fato de que são memorizadas as soluções ao longo do processo de busca.

No caso da roteirização de veículos, de acordo com Laporte *et al.* (2000), a Busca Tabu corresponde à metaheurística com resultados mais promissores. É utilizada como um procedimento de melhorias de soluções, obtidas através de alguma heurística de construção de roteiros. Entretanto, conforme os autores destacam, embora a qualidade das soluções obtidas através de metaheurísticas seja, em geral, muito superior a das heurísticas convencionais, os tempos de computacionais ainda são, em muitos casos, elevados, o que dificulta a sua incorporação às aplicações comerciais. Adicionalmente, segundo os autores, as metaheurísticas são muito dependentes do contexto do problema e requerem ajuste fino de parâmetros que afetam seu desempenho caso a caso, o que também inviabiliza, por enquanto, a sua utilização em *softwares* comerciais.

Conforme apontam Laporte *et al.* (2000), um dos desafios futuros que deve direcionar as pesquisas nessa área é o desenvolvimento de metaheurísticas mais simples, mais rápidas e mais robustas, mesmo com alguma diminuição da qualidade das soluções obtidas, mas que permitam a sua aplicação em “*softwares*” comerciais.

Embora a quase totalidade dos desenvolvedores de software de roteirização mantenha em sigilo os algoritmos de solução utilizados, a análise de resultados obtidos para algumas instâncias específicas de problemas permite inferir que são heurísticas simples, que produzem soluções viáveis e, em geral, de boa qualidade, para problemas de grande porte, em reduzido tempo de processamento. Mais do que isso, pode-se afirmar que muitos dos pacotes comerciais tem como

base a heurística de economias, proposta por Clarke e Wright (1964). Além da rapidez em termos de tempo de processamento, a heurística de economias apresenta uma qualidade essencial no caso de um aplicativo comercial genérico: robustez, ou seja, capacidade de resolver satisfatoriamente problemas com diferentes restrições, sem degradação sensível na qualidade das soluções e nos tempos de processamento.

A título de ilustração, a heurística de varredura, atribuída equivocadamente a Gillet e Miller (1974) mas que, na verdade, foi proposta por Wren e Holiday (1972), embora proporcione resultados melhores que os da heurística de economias para algumas classes de problemas de roteirização, não é tão robusta, uma vez que apresenta um desempenho deficiente na presença de restrições de janelas de tempo apertadas, que prejudicam a lógica intrínseca de agrupamento de clientes baseada exclusivamente na proximidade geográfica (ou geométrica) dos pontos visitados.

A heurística de economias de Clarke e Wright (1964), no entanto, não trata adequadamente problemas com frotas heterogêneas, onde se tem que ponderar o custo fixo dos veículos utilizados versus o custo variável com a distância percorrida. Ao contrário de problemas com frota homogênea, onde admite-se como razoável minimizar a frota total alocada e, em seguida, a distância total percorrida (Solomon, 1986), no caso de problemas com frota heterogênea é importante determinar se é melhor utilizar mais veículos de menor capacidade, percorrendo uma distância total menor ou menos veículos de maior capacidade, percorrendo uma distância total maior, de forma a otimizar o custo total.

Neste trabalho pretende-se apresentar os resultados da pesquisa de mestrado do primeiro autor, realizada sob orientação do segundo, cujo objetivo foi a análise de algumas heurísticas específicas para problemas de roteirização de veículos com frotas heterogêneas. Uma das heurísticas corresponde à proposta por Desrochers e Verhoog (1991). Os primeiros resultados com esta heurística motivaram a proposição de uma nova heurística, que apresentou resultados superiores. As heurísticas foram implementadas e avaliadas em termos da qualidade das soluções obtidas e também do desempenho

computacional para instâncias de problemas de diferentes tamanhos gerados aleatoriamente.

Este trabalho está organizado da seguinte forma: no próximo item é caracterizado o problema de Problema de Dimensionamento e Roteirização de uma Frota Heterogênea de Veículos. Já o item 3 descreve as heurísticas propostas, baseadas no Algoritmo *Out-of-Kilter*. Os resultados do experimento computacional estão no item 4 e as conclusões e recomendações no item 5.

2. O PROBLEMA DE DIMENSIONAMENTO E ROTEIRIZAÇÃO DE UMA FROTA HETEROGÊNEA DE VEÍCULOS

O Problema de Dimensionamento e Roteirização de uma Frota Heterogênea de Veículos consiste em definir simultaneamente as rotas e a composição da frota que minimizem o custo total de atendimento de um conjunto de pontos, compreendendo tanto os custos proporcionais às distâncias percorridas pelos veículos quanto os custos fixos dos veículos utilizados. Busca-se determinar qual a configuração ideal de veículos, em termos de tamanhos e frotas, bem como o roteiro de cada veículo, de forma a minimizar o custo total.

Conforme mencionado anteriormente, há um *trade-off* entre utilizar mais veículos de menor capacidade (maior custo fixo da frota alocada), percorrendo uma distância total menor (menor custo variável) ou menos veículos de maior capacidade, percorrendo uma distância total maior.

Na tradicional heurística de economias proposta por Clarke e Wright (1964), pontos vão sendo agrupados, formando roteiros, de forma sequencial, seguindo uma ordem decrescente de economias (s_{ij}) decorrentes da sua união, calculadas a partir da seguinte expressão:

$$s_{ij} = d_{0i} + d_{0j} - d_{ij} \quad (1)$$

onde:

d_{0i} e d_{0j} representam a distância da base aos pontos i e j , respectivamente

d_{ij} é a distância entre eles.

A título de ilustração da deficiência da heurística de economias para problemas com frota heterogênea, considere-se um problema simples, envolvendo apenas quatro pontos a serem roteirizados e veículos de dois tamanhos, conforme indicado na Figura 1. As economias ordenadas, calculadas segundo a heurística proposta por Clarke e Wright (1964), são apresentadas no Quadro 1.

Quadro 1: Economias ordenadas em ordem decrescente

I	J	d_{ij}	d_{0i}	d_{0j}	economia (s_{ij})
1	2	2,8	12,0	10,2	19,4
1	3	4,2	12,0	9,5	17,2
2	3	5,1	10,2	9,5	14,6
3	4	3,2	9,5	6,3	12,6
1	4	6,3	12,0	6,3	12,0
2	4	5,7	10,2	6,3	10,9

Unindo-se os pontos de acordo com a heurística das economias obtêm-se dois roteiros que utilizam dois veículos grandes, conforme indicado no Quadro 2a.

A solução ótima para este exemplo, que corresponde ao custo total mínimo, é apresentada no Quadro 2b. Este custo considera tanto os custos variáveis com as distâncias quanto os custos fixos dos veículos. Observa-se que, embora a heurística de economias produza uma solução de menor distância total percorrida (44km contra 48.4km), o custo total é maior, uma vez o agrupamento resultante requer dois veículos grandes (de 12t), com ociosidade de capacidade, uma vez que o total de carga a ser transportada é de 17t. Já na solução de mínimo custo é possível utilizar um veículo médio e um grande, com melhor aproveitamento da capacidade dos mesmos.

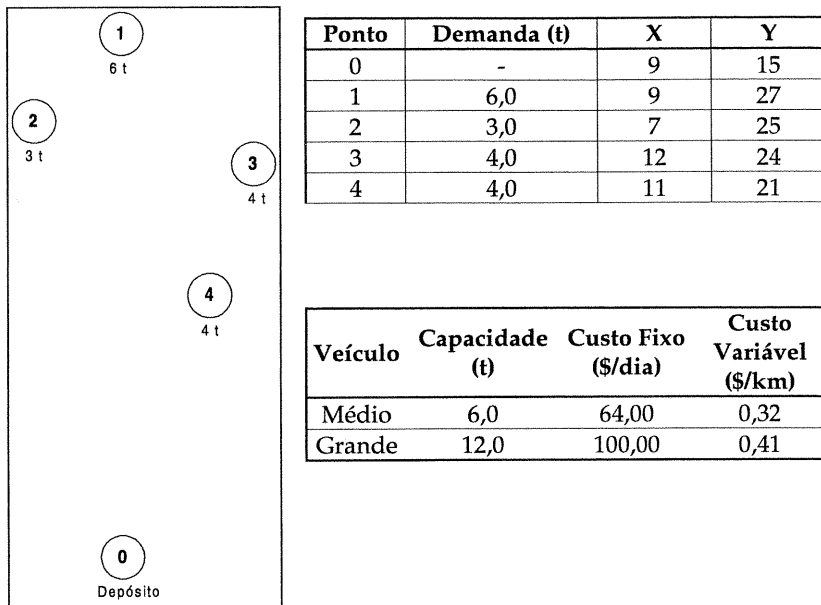


Figura 1: Dados do exemplo

Quadro 2a: Solução heurística economias

Rota	Veículo	Sequência	Distância	Custo
1	12t	0-2-1-0	25,0	110,25
2	12t	0-4-3-0	19,0	107,79
total			44,0	218,04

Quadro 2b: Solução ótima

Rota	Veículo	Sequência	Distância	Custo
1	12t	0-4-3-2-0	24,8	110,17
2	6t	0-1-0	24,0	71,68
total			48,8	181,85

Nesse sentido, Golden *et al.* (1984) propuseram heurísticas para o problema de dimensionamento e roteirização de uma frota heterogênea a partir de um depósito central, que se baseiam em generalizações da heurística de economias, conforme indicado no Quadro 3. Os autores também apresentaram heurísticas baseadas no roteiro gigante, com particionamentos simples e múltiplo.

Quadro 3: Heurísticas de Economia propostas por Golden *et al.* (1984)

Algoritmo	Fórmula
Clarke e Wright – CW	$s_{ij}^1 = c_{io} + c_{jo} - c_{ij}$
Economias Combinadas CS ¹	$s_{ij}^2 = s_{ij}^1 + F(Z_i) + F(Z_j) - F(Z_i + Z_j)$
Economias de Oportunidade Otimista OOS ²	$s_{ij}^3 = s_{ij}^2 + F(P(Z_i + Z_j) - Z_i - Z_j)$
Economias de Oportunidade Realista ROS ³	se $P(Z_i + Z_j) > \max(P(Z_i), P(Z_j))$ então $s_{ij}^4 = s_{ij}^3 + F(P(Z_i + Z_j) - Z_i - Z_j)$ caso contrário $s_{ij}^4 = s_{ij}^3$
Economias de Oportunidade Realista com parâmetro de forma γ (ROS- γ)	$s_{ij}^5 = s_{ij}^4 + (1 - \gamma)c_{ij}$

Fonte: Golden *et al.* (1984)

Nas expressões do Quadro 3 as distâncias d_{ij} entre dois pontos quaisquer são substituídas pelos custos variáveis c_{ij} , resultantes da multiplicação das distâncias por um custo variável unitário que, para Golden *et al.* (1984), não variam segundo o tipo ou tamanho do veículo.

Adicionalmente, a função $F(z)$ determina o custo fixo do menor veículo capaz de atender a demanda z . Assim, para o exemplo da Figura 1 acima, $F(5t) = \$ 64,00$, já que o menor veículo capaz de atender uma demanda de $5t$ é o veículo médio; analogamente $F(8t) = \$ 100,00$, correspondendo ao custo fixo do veículo grande.

Já a função $P(z)$ define a capacidade do menor veículo capaz de atender a demanda z ; assim $P(5t) = 6t$, uma vez que o menor veículo que pode atender a demanda de $5t$ é o veículo médio, com capacidade $6t$; da mesma forma $P(8t) = 12t$.

¹ CS: do inglês *Combined Savings*.

² OOS: do inglês *Optimistic Opportunity Savings*.

³ ROS: do inglês *Realistic Opportunity Savings*.

Segundo Golden *et al.* (1984), uma das principais deficiências dos algoritmos de economias é o fato de que, quando um nó é inserido numa rota, ele permanecerá nela até o final da solução. Assim, a heurística de Economias de Oportunidade Realista com parâmetro de forma (ROS- γ) permite variar a economia gerada pela combinação de duas rotas, em função do parâmetro de forma γ .

Gouvêa (1992) apresentou métodos de solução para o problema de dimensionamento e roteirização baseados em particionamento múltiplo do roteiro gigante proposto por Golden *et al.* (1984). Propôs também procedimentos de alocação de frotas baseado em inserção seqüencial e melhorias de soluções baseado no método de melhorias 2-ótimo (2-opt).

Desrochers e Verhoog (1991) apresentaram um método de solução que é baseado nas heurísticas de economias para frotas heterogêneas propostas por Golden *et al.* (1984). Porém, ao invés de unir os pontos seqüencialmente, em ordem decrescente de economias, os autores propuseram resolver um problema de designação em grafo bipartido, considerando-se todas as possibilidades de combinação de pontos e roteiros. A idéia é encontrar a solução do problema de designação que maximize a economia total, dada pela soma das economias das rotas unidas.

Essa heurística de Desrochers e Verhoog (1991) foi implementada e avaliada computacionalmente, assim como uma nova heurística, proposta no âmbito da presente pesquisa. Todas utilizam o algoritmo *Out-of-Kilter* para a resolução do problema de designação em grafo bipartido. Os principais aspectos das heurísticas avaliadas são apresentados no item a seguir.

3. HEURÍSTICAS UTILIZANDO O ALGORITMO *OUT-OF-KILTER*

As heurísticas consideradas no presente trabalho são baseadas numa generalização do método de economias de Clarke e Wright (1964), com base nos trabalhos de Golden *et al.* (1984) e de Desrochers e Verhoog (1991); em particular neste último é proposto um novo critério para a união dos pontos e formação dos roteiros, que se

baseia na solução de um problema de designação em grafo bipartido, que, no caso do presente trabalho, é resolvido através do Algoritmo *Out-of-Kilter*.

Em todas as heurísticas desenvolvidas, as economias geradas pela união de dois roteiros foram calculadas segundo Heurística de Economias de Oportunidade Realista (ROS), conforme indicado no Quadro 3.

3.1. Heurística Básica (HOK)

A heurística básica proposta, denominada Heurística HOK, baseia-se no trabalho de Desrochers e Verhoog (1991) e, conforme visto no item 2, consiste em uma generalização do método de economias proposto por Clarke e Wright (1964) para o caso da frota heterogênea, de forma a evitar que as combinações sucessivas de pontos para formar roteiros, segundo uma ordem decrescente de economias, levem à união de pontos e à criação de roteiros que não aproveitem plenamente a capacidade dos veículos, como mostrado no exemplo acima.

Assim, ao invés de se unirem pontos seqüencialmente, segundo uma ordem decrescente de economias, resolve-se um problema de designação em grafo bipartido, considerando-se todas as possibilidades de combinação de pontos extremos de roteiros parciais formados. A idéia é encontrar a solução do problema de designação que maximize a economia total, resultante da soma das economias de todas as rotas parciais combinadas. Cada rota só pode ser combinada com uma única outra rota, em qualquer solução viável do problema de designação.

De acordo com Desrochers e Verhoog (1991) devem ser unidas apenas as duas rotas parciais correspondentes ao arco de maior economia, dentre aqueles que formam a solução do problema de designação. Consequentemente, sucessivos problemas de designação devem ser resolvidos até que não haja mais possibilidade de união de rotas, por restrições de viabilidade ou por não haver mais economias.

Diferentemente da abordagem proposta por Desrochers e Verhoog (1991), neste trabalho o problema de designação é modelado como um problema especial de programação linear, de fluxo em redes, denominado Problema de Circulação com Custo Mínimo, e solucionado através do algoritmo *Out-of-Kilter* (para detalhes, ver Ford e Fulkerson, 1962; Dantzig, 1993 ou Gualda, 1975).

A idéia de usar o algoritmo *Out-of-Kilter* surgiu do interesse em avaliar o desempenho desse algoritmo, que pode ser utilizado para resolver diferentes tipos de problema de fluxo em rede (problema do transporte, do transbordo, de designação, de caminho mínimo, de fluxo máximo, etc.) e foi utilizado por Gualda (1975) e em aplicações práticas que vem sendo desenvolvidas no âmbito do LPT-EPUSP.

A Figura 2 ilustra uma rede inicial $G_0(N_1 \cup N_2, A, l, u, c, s, t)$, do tipo bipartida, e seus atributos, composta por dois grupos de nós, N_1 e N_2 . Cada nó $i \in N_1$ ou $j \in N_2$ representa pontos extremos de uma rota parcial r servida por um veículo do tipo k . Como no algoritmo de economias de Clarke e Wright (1964), inicialmente cada rota parcial r corresponde a apenas um ponto de atendimento. Os conjuntos (l, u, c) definem, para todos os arcos $(i, j) \in A$, os respectivos limites inferiores (l_{ij}) e superiores (u_{ij}) de fluxo e os custos (c_{ij}), onde $c_{ij}^{k_{ij}} = -s_{ij}^{k_{ij}}$, já que se busca a solução que maximize a economia total. Cada arco gerado indica a possibilidade de agregação das rotas parciais $r_i^{k_i}$ e $r_j^{k_j}$, representadas pelos nós i e j , conforme indicado na Figura 2.

A existência de arcos na rede G_0 ligando uma rota a ela mesma assegura que o problema de circulação sempre apresente solução viável, mesmo que não seja possível encontrar uma solução de emparelhamento que permita unir todas as rotas. Outro recurso necessário para tratar o problema de designação como um problema de circulação é a criação dos nós s e t , denominados super-fonte e super-sorvedouro respectivamente, e os arcos que os ligam aos

subconjuntos de nós N_1 e N_2 , bem como um arco de retorno ligando s e t , conforme indicado na Figura 3. Aos limites inferior l e superior u desses novos arcos ligando os nós s a N_1 e N_2 a t são atribuídos o valor um e custo zero, de forma a representar o problema de designação.

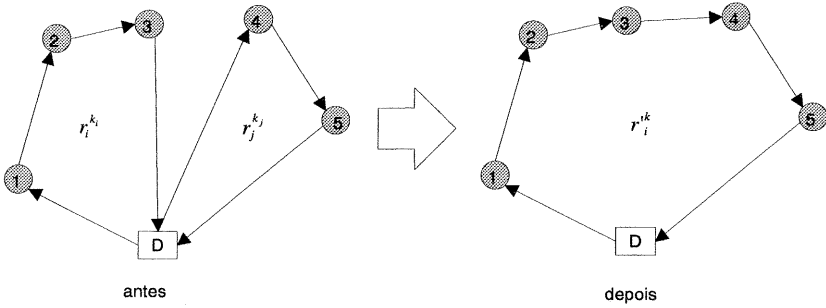


Figura 2: Agrupamento esquemático de duas rotas

O valor da economias s_{ij}^{kj} para unir dois roteiros cujos pontos extremos são i e j foi calculada segundo o procedimento ROS, apresentado anteriormente no Quadro 3.

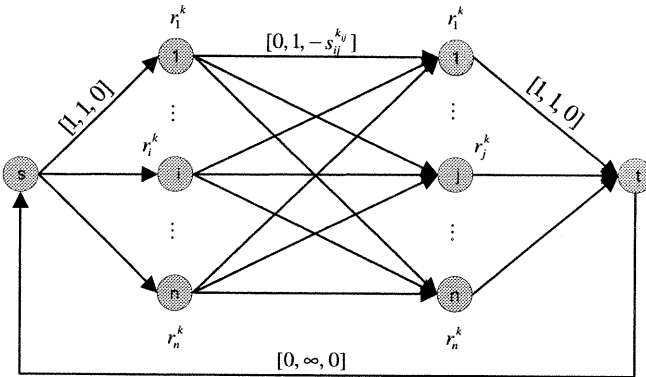


Figura 3: Rede criada a partir das possíveis combinações de rotas

É importante destacar que, diferentemente de Golden *et al.* (1984) e de Desrochers e Verhoog (1991), no presente trabalho foi considerado o custo unitário variável c_{ij}^k , associado à distância percorrida entre dois pontos i e j , variando em função do tipo de veículo utilizado.

3.2. Heurística Híbrida (HH)

Testes computacionais preliminares realizados com a heurística básica (HOK) apontaram tempos de processamento elevados, decorrentes da necessidade de resolver inúmeras instâncias do Problema de Circulação com Custo Mínimo, uma vez que, a cada iteração, apenas as duas rotas parciais de maior economia são unidas, dentre todas as combinações que fazem parte da solução do problema de designação. Isso pode representar uma dificuldade da aplicação da heurística HOK a problemas reais que envolvem o dimensionamento de frota e a roteirização de veículos. Em decorrência disso, foi proposta uma heurística modificada, denominada Heurística Híbrida (HH), que potencialmente permite reduzir o esforço computacional.

Nesta nova heurística, a cada solução gerada pelo algoritmo *Out-Of-Kilter* agregam-se todas as rotas que fazem parte da solução do problema de designação, ao invés de apenas o par de maior economia, conforme proposto por Desrochers e Verhoog (1991). Com isso, há uma diminuição do número de instâncias do Problema de Circulação com Custo Mínimo que são resolvidas e, conseqüentemente, espera-se uma diminuição dos tempos de processamento.

3.3. Heurística de Seleção Direta

A heurística de seleção direta (HSD) corresponde basicamente a uma implementação da heurística de economias ROS, proposta por Golden *et al.* (1984). Porém, diferentemente do proposto pelos autores, na HSD é considerado o custo variável $c_{ij}^{k_{ij}}$ como função do tipo de veículo usado para atender a dois pontos de demanda i e j .

4. EXPERIMENTO COMPUTACIONAL

As heurísticas foram implementadas em Pascal Orientado a Objetos, utilizando a ferramenta Delphi da Borland/Imprise. A partir da implementação da heurística HOK, as heurísticas híbrida (HH) e de seleção direta (HSD) puderam ser construídas, utilizando os recursos da orientação a objetos, como herança e polimorfismo, o que proporcionou maior clareza ao código e menor tempo de implementação. Maiores detalhes sobre a implementação computacional podem ser encontrados em Teixeira (2001) e sobre a modelagem orientada a objetos em Booch (1994).

Os testes computacionais foram realizados em um microcomputador com processador Pentium III – 550 MHz e 128 MB de memória RAM. Foram realizados testes com problemas entre 10 e 200 pontos de atendimento. As coordenadas dos pontos foram geradas aleatoriamente, considerando uma área quadrada de dimensão 50 km. Da mesma forma, a demanda em cada ponto foi gerada aleatoriamente, segundo uma distribuição uniforme entre os valores 1 e 27 toneladas (que corresponde à capacidade do maior veículo disponível). Em relação à frota disponível foram considerados quatro tipos diferentes de veículos, sem limitação de quantidade, com capacidades de 4, 7, 9 e 27t e diferentes custos fixos e variáveis, os mesmos que haviam sido utilizados por Cunha (1997).

No Quadro 4 são apresentados os resultados comparativos do desempenho das heurísticas, sendo indicadas as variações percentuais em relação ao melhor resultado obtido para o custo total (soma dos custos fixos dos veículos alocados e dos custos variáveis com as distância percorridas). Pode-se observar que as heurísticas HOK e HH, que não seguem o agrupamento dos pontos segundo uma ordem decrescente de economias, apresentaram sempre as melhores soluções, sendo esses valores entre 7 e 13% melhores que o da heurística HSD; em nenhuma delas a heurística de seleção direta foi melhor do que as outras duas, sendo seu melhor resultado quase 7,63 % superior ao das demais heurísticas.

Quadro 4: Comparação entre as heurísticas variações de custo em relação ao melhor resultado

Nós	Custo total (%)		
	HOK	HH	HSD
10	-	-	-
20	-	-	8,62
30	-	0,05	11,98
40	-	0,17	9,43
50	-	-	11,81
60	2,90	-	7,63
70	1,21	-	9,87
80	-	-	12,79
90	-	0,12	8,95
100	3,28	-	9,63
110	1,65	-	9,43
120	-	0,02	9,05
130	-	0,01	9,69
140	1,26	-	10,67
150	2,29	-	11,39
160	3,26	-	10,87
170	4,92	-	11,01
180	4,05	-	10,75
190	4,25	-	10,65
200	1,43	0,00	9,99
Média	1,53	0,02	9,71

De uma forma até certo ponto surpreendente, a heurística híbrida (HH) apresentou, em grande parte das instâncias, resultados melhores que a heurística básica (HOK), quando se esperava o contrário, já que a motivação para a proposição da heurística híbrida foi a redução do tempo computacional, através da diminuição do número de problemas de designação resolvidos ao se unirem todos os pares de rotas que fazem parte da solução, ao invés de apenas as duas rotas parciais de maior economia. Nas poucas instâncias em que a heurística básica produziu melhores resultados, os resultados da heurística híbrida sempre foram muito próximos (no pior caso, apenas 0,12% superior).

Os tempos de processamento e número de iterações estão no Quadro 5. Observa-se que os tempos de processamento das heurísticas HOK e HH, que utilizam o resultado do problema de designação para definir o agrupamento das rotas, são significativamente mais altos para a heurística de seleção direta (HSD), que segue o agrupamento segundo o critério definido por Clarke e Wright (1964).

Quadro 5: Tempos de processamento das heurísticas

Nós	Tempo de CPU(seg)			Número de iterações	
	HOK	HH	HSD	HOK	HH
10	0	0	0	4	2
20	0	0	0	8	2
30	2	2	0	14	2
40	8	09	0	18	2
50	25	25	0	24	2
60	66	67	0	28	3
70	144	145	0	33	2
80	299	305	0	38	2
90	539	545	0	41	2
100	877	895	0	43	3
110	1.546	1.567	0	50	3
120	2.309	2.319	0	55	2
130	3.466	3.566	1	59	2
140	5.210	5.287	1	66	3
150	7.441	7.476	1	70	3
160	10.250	10.564	2	74	3
170	15.409	15.806	2	79	3
180	20.551	20.436	2	83	4
190	26.441	26.493	3	86	4
200	53.412	34.235	3	93	3

Por outro lado, embora a heurística híbrida tenha sido proposta com a motivação de reduzir o elevado tempo de processamento da heurística básica, verificou-se que, embora o número de iterações tenha reduzido significativamente, essa redução não se refletiu na diminuição do tempo de processamento.

Uma análise mais detalhada da composição dos tempos de processamento mostrou que a quase totalidade do tempo de CPU corresponde ao tempo para a obtenção da primeira solução do problema de designação, através do algoritmo *Out-of-Kilter*. Deve-se lembrar que o algoritmo *Out-of-Kilter* é uma generalização do método Primal-Dual, que permite que se inicie a resolução do problema com uma solução inviável, tanto na fase primal como na dual (Dantzig, 1993). A estratégia geral do algoritmo *Out-of-Kilter* consiste em iniciar o Problema de Circulação com Custo Mínimo com uma solução de fluxo nulo na rede, inviável, que vai sendo progressivamente melhorada. É justamente o primeiro problema de designação que requer muitas iterações até atingir a solução ótima. Diferentemente do primeiro problema de designação, nos demais aproveita-se a solução anterior como solução inicial, o que permite reduzir significativamente o tempo de processamento. Assim, as heurísticas propostas podem se tornar viáveis de serem aplicadas a problemas reais, caso o desempenho do algoritmo *Out-of-Kilter* possa ser aprimorado no tocante à solução inicial para o primeiro problema de designação a ser resolvido.

Finalmente, deve-se destacar que Desrochers e Verhoog (1991) não avaliaram o desempenho computacional da heurística proposta por eles em termos do desempenho computacional para diferentes instâncias.

5. CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Apesar de todos os avanços na proposição de métodos de solução mais eficientes, em particular as metaheurísticas, como Busca Tabu e Algoritmos Genéticos, as mesmas são muito dependentes do contexto e requerem ajuste fino de parâmetros de processamento caso a caso, conforme apontam Laporte *et al.* (2000), o que inviabiliza, por enquanto, a sua utilização em *softwares* comerciais.

Embora a quase totalidade dos produtores de software de roteirização mantenha em sigilo os algoritmos de solução utilizados, é possível inferir que muitos deles têm como base a heurística de economias, proposta por Clarke e Wright (1964), devido à sua robustez e rapidez de processamento. Porém, conforme foi visto

acima, essa heurística pode apresentar desempenho deficiente para problemas de roteirização com frotas heterogêneas.

Assim, neste trabalho foram analisadas algumas heurísticas para problemas de dimensionamento e roteirização com frotas heterogêneas de veículos. Uma das heurísticas corresponde à proposta por Desrochers e Verhoog (1991). Os autores propuseram que, ao invés de unir pontos seqüencialmente, em ordem decrescente de economias, como formulado originalmente por Golden *et al.* (1984), as rotas parciais a serem unidas são definidas a partir da solução de um problema de designação em grafo bipartido. O problema de designação foi modelado como um Problema de Circulação com Custo Mínimo e resolvido através do algoritmo *Out-of-Kilter*.

Uma nova heurística foi proposta, com a finalidade de tentar melhorar o desempenho computacional da heurística baseada no trabalho de Desrochers e Verhoog (1991). A cada solução do problema de designação unem-se todas as rotas que fazem parte da solução, ao invés de apenas o par de maior economia, como proposto pelos autores.

Os resultados obtidos indicaram que a nova heurística proposta produziu soluções de melhor qualidade em relação à heurística baseada no trabalho de Desrochers e Verhoog (1991). Além disso, ambas apresentaram resultados melhores que a da heurística de economias generalizada, proposta por Golden *et al.* (1984), em que os pontos são unidos seqüencialmente, em ordem decrescente de economias.

Entretanto, os tempos de processamento das duas heurísticas ainda são elevados, o que dificulta sua aplicação a problemas reais. Uma análise detalhada apontou que a maior parte do tempo de processamento dessas heurísticas é despendido na obtenção da solução ótima do primeiro problema de designação a ser resolvido, já que os demais aproveitam a solução anterior como ponto de partida.

Assim, uma recomendação importante para a continuidade deste trabalho é a investigação de um método mais específico para a

determinação da solução inicial da primeira instância do problema de designação a ser resolvido, a partir da qual o algoritmo *Out-of-Kilter* realiza as iterações para a obtenção da solução ótima. Certamente o desempenho geral das heurísticas, em termos de tempo de processamento, será significativamente aprimorado se uma melhor solução inicial para a primeira instância puder ser obtida. Pode-se considerar ainda diminuir o esforço computacional através da não consideração, na resolução do problema de designação, de todas as possíveis combinações de rotas com economias, mas somente aquelas mais promissoras.

Adicionalmente, tendo em vista que o tempo de resolução das inúmeras instâncias dos problemas de designação corresponde a uma parcela significativa do tempo total de processamento, recomenda-se a análise comparativa de outros algoritmos para a resolução do referido problema.

Uma continuidade desse trabalho envolverá também a avaliação do desempenho das heurísticas propostas para diversos conjuntos de problemas teste disponíveis na literatura, avaliação essa não considerada no trabalho de Desrochers e Soumis (1991).

Adicionalmente, seria interessante avaliar o desempenho comparativo das três heurísticas para situações de diferentes localizações da base dos veículos em relação ao conjunto de pontos de atendimento (por exemplo, a base numa localização central ou num extremo da região), e em relação a diferentes dispersões dos pontos na região.

Outro ponto a ser explorado consiste na avaliação da influência na qualidade das soluções do parâmetro de forma γ , relativo à heurística ROS- γ , utilizado no cálculo das economias.

Um aspecto a ser evidenciado é que, diferentemente dos trabalhos de Golden et al. (1984) e Desrochers e Vehoog (1991), neste trabalho foi considerado o custo variável com a distância por tipo de veículo.

Quanto à modelagem orientada a objetos, o aspecto mais relevante constatado foi a rápida implementação das heurísticas derivadas a

partir de um modelo básico, utilizando-se herança e polimorfismo. A pequena diferença semântica entre o 'mundo real' e as classes de objetos criadas, permitiu uma melhor compreensão e implementação do sistema.

Assim, considera-se que este trabalho contribuiu para o melhor conhecimento e solução do Problema de Dimensionamento e Roteirização de uma Frota Heterogênea de Veículos, bem como as heurísticas propostas poderão servir de parâmetro para futuros métodos de solução do problema tratado neste trabalho. Casos resultados de boa qualidade possam ser obtidos em tempos de processamento reduzidos, pode-se considerar a utilização de alguma das duas heurísticas para a obtenção de uma solução inicial que pode posteriormente ser aprimorada através de um método de melhorias baseado, por exemplo, em busca tabu.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES pela bolsa concedida, e ao LPT/EPUSP- Laboratório de Planejamento e Operação de Transportes da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo pelo apoio à pesquisa.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Assad, A. A. (1988) Modeling and implementation issues in vehicle routing. In: *Vehicle Routing: Methods and Studies*, B.L.Golden, A.A.Assad (eds), North Holland, Amsterdam, p. 7-46.
- Booch, G. (1994) *Object-oriented analysis and design with applications*, Santa Barbara, California, Addison-Wiley Publishing Company.
- Clarke, G. e J. W. Wright (1964) Scheduling of Vehicles From a Central Depot to a Number of Delivery Points, *Ops. Res.*12, p.568-581.
- Cunha, C. B. (1997) *Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais*. São Paulo: EPUSP, Departamento de Engenharia de Transportes. 222p. (Tese de Doutorado).

- Cunha, C.B. (2000) Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. *Transportes*, vol. 8, nº 2, p.51-74.
- Dantzig, G.B. (1993) *Linear programming and extensions*, Princeton, NJ., Princeton University Press.
- Desrochers, M. e T.W. Verhoog (1991) A New Heuristic For The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem, *Computers and Operations Research*, Vol. 18, nº 3, p.263-274.
- Ford, L.R. e D.R. Fulkerson, (1962) *Flows in networks*. Princeton, New Jersey, Princeton University Press.
- Gillet, B.E. e L.R. Miller (1974) A heuristic algorithm for the vehicle dispatch problem. *Operations Research*, v.22, p.240-249.
- Golden, B.; A. Assad; L. Levy e F. Gheysens (1984) The Fleet Size and Mix Vehicle Routing Problem, *Comput. & Ops Res.* Vol. 11, nº 1, pp.49-66.
- Gouvêa, M.T. (1992) *Algoritmos para a resolução de um problema geral de roteamento de múltiplos veículos*. São Paulo. 188p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- Gualda, N.D.F. (1975) The out of kilter algorithm applied to the analysis of alternative limestone transport systems. Austin, Texas. 78 p. Dissertação (Mestrado) – The University of Austin.
- Hall, R.W. e J.G. Partyka (1997) On the road to efficiency. *OR/MS Today*, p.38-47.
- Laporte, G.; M. Gendreau; J.Y. Potvin e F. Semet (2000) Classical and modern heuristics for the vehicle routing problem, *International Transactions in Operational Research*, v.7, n4/5, p.285-300.
- Pirlot, M. (1996) General local search methods, *European Journal of Operational Research*, n.92, p.493-511.
- Solomon, M.M. (1986) On the worst-case performance of some heuristics for the vehicle routing and scheduling with time windows constraints. *Networks*, v.16, p.161-174.
- Souza, P.S. (1993) *Asynchronous organizations for multi-algorithms problems*. Pittsburgh: Carnegie Mellow University, Department of Electrical and Computer Engineering. 139p. (Tese de Doutorado).
- Taillard, E.D.; L.M. Gambardella; M. Gendreau e J.Y. Potvin (2001) Adaptive memory programming: a unified view of

- metaheuristics. *European Journal of Operational Research*, n.105, p.1-16.
- Teixeira, R.G. (2001) Heurísticas para o Problema de Dimensionamento e Roteirização de uma Frota Heterogênea utilizando o Algoritmo *Out-of-kilter*. 118p. Dissertação (Mestrado) – Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- Wren, A. e A. Holliday (1972) Computer scheduling of vehicles from one or more depots to a number of delivery points. *Operational Research Quarterly*, v.23, p.333-344.

Endereço dos autores:

Roberto Gomes Teixeira
Cláudio Barbieri da Cunha
Departamento de Engenharia de Transportes
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo
Caixa Postal 61584
05424-970 – São Paulo – SP – Brasil
E-mail: rgteixeira@metrolog.com.br
cbcunha@usp.br